

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

Петрусенко К.В., Соболева М.В.

студенти;

Рудянова Т.М.

*кандидат фізико-математичних наук, доцент,
Університет митної справи та фінансів*

АНАЛІЗ ЕКОНОМІЧНИХ ПОКАЗНИКІВ ФІРМИ ЗА ДОПОМОГОЮ ЕКОНОМЕТРИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Економетрична модель виступає як функція або система функцій, що описує зв'язок між вхідними та результативними показниками економічної системи за допомогою методів математичної статистики [1]. Актуальність застосування економетричних моделей полягає в тому, що вони можуть використовуватися для аналізу економічних і соціально-економічних показників, що характеризують відповідну економічну систему, для прогнозування їх подальшої зміни або для імітації можливих сценаріїв соціально-економічного розвитку досліджуваної системи за умови, що деякі показники можна змінювати цілеспрямовано. На мікрорівні (сім'я, підприємство, фірма) економетричні дослідження передбачають наукове обґрунтування управлінських рішень, що приймаються на підприємствах різних форм власності й мають урахувати постійний вплив зовнішнього середовища [2, с. 6]. Найпоширенішим підходом до визначення найдоцільнішої комбінації виробничих ресурсів у виробничому процесі для отримання максимального прибутку є методологія побудови та верифікації виробничих функцій, які є класичним прикладом економетричного моделювання [3, с. 178]. Найпоширенішою в класі виробничих функцій є функція Кобба-Дугласа.

Розглянемо на прикладі фірми «Геркулес» методику знаходження виробничої функції і аналіз з її допомогою деяких основних економічних показників. Фірма «Геркулес» випускає такі групи продуктів харчування, як заморожені напівфабрикати, морозиво, молочна продукція.

На підставі статистичних даних про випуск продукції Y , затрат виробничих фондів K , затрати праці L за десять останніх років побудована виробнича функція Кобба-Дугласа має вигляд $Y = a_0 L^{a_1} K^{a_2}$. Щоб використовувати метод найменших квадратів, який використовують для лінійних залежностей, прологарифмуємо її і перейдемо до лінійної функції $Y = \ln \ln a_0 + a_1 \ln \ln L + a_2 \ln \ln K$. Введемо позначення $A_0 = \ln \ln a_0$, $A_1 = \ln \ln a_1$, $A_2 = \ln \ln a_2$, $Z = \ln \ln Y$, $X_1 = \ln \ln L$, $X_2 = \ln \ln K$. У нових позначеннях функція має вигляд: $Z = A_0 + A_1 X_1 + A_2 X_2$. За допомогою надбудови «Аналіз даних» табличного процесора Excel знайдені параметри моделі, з урахуванням введених позначень одержимо наступну модель $\ln \ln Y = -15,450 + 0,086 \ln \ln L + 0,634 \ln \ln K$. Потенціюванням отримуємо функцію Кобба-Дугласа:

$$Y = 1,954L^{6,086}K^{0,634}.$$

Для проведення економічного аналізу розрахуємо основні характеристики функції Кобба-Дугласа для фірми «Геркулес»:

Середня продуктивність праці дорівнює

$$\mu_1 = \frac{Y}{L} = \frac{a_0 L^{a_1} K^{a_2}}{L} = \frac{a_0 K^{a_2}}{L^{1-a_1}} = \frac{-15,450K^{0,634}}{L^{-5,086}}.$$

Отже, зі збільшенням витрат праці L (при незмінних витратах виробничих фондів K) середня продуктивність праці знижується. Навпаки, збільшення витрат виробничих фондів K (при незмінних витратах праці L) веде до зростання середньої продуктивності праці. Цей факт повністю відповідає логіці економічного аналізу зростання продуктивності праці.

Середня фондовіддача дорівнює $\mu_2 = \frac{Y}{K} = \frac{-15,450L^{6,086}}{K^{0,366}}$. З отриманої формули випливає, що зі збільшенням витрат виробничих фондів K (при незмінних витратах праці L) середня фондовіддача знижується. Збільшення ж витрат праці (при незмінних витратах виробничих фондів) веде до зростання середньої фондовіддачі.

Гранична продуктивність праці: $v_1 = \frac{\partial Y}{\partial L} = \frac{-94,029K^{0,634}}{L^{-5,086}}$. З вищенаведеної формули випливає, що зі збільшенням витрат праці (при незмінних витратах виробничих фондів) гранична продуктивність праці знижується. Навпаки, збільшення витрат виробничих фондів (при незмінних витратах праці) веде до зростання граничної продуктивності праці.

Гранична фондovіддача: $v_2 = \frac{\partial Y}{\partial K} = \frac{-9,795L^{6,086}}{K^{0,366}}$. Таким чином, із збільшенням витрат виробничих фондів (при незмінних витратах праці) гранична фондovіддача знижується. Збільшення ж витрат праці (при незмінних витратах виробничих фондів) веде до зростання граничної фондovіддачі. Одночасна зміна обох змінних може призводити до різних результатів.

Еластичність випуску продукції за витратами праці: $E_L = 6,086$. Можна бачити, що при збільшенні витрат праці L на 1% випуск продукції Y гранично збільшується на 6,086%.

Еластичність випуску продукції по еластичним фондам: $E_K = 0,634$. Цей показник вказує на те, що при збільшенні виробничих фондів K на 1% випуск продукції гранично збільшується на 0,634%.

Потреба в ресурсах праці L становить

$$L = \left(\frac{Y}{a_0 K^{a_2}} \right)^{\frac{1}{a_1}} = -0,639 \frac{Y^{0,164}}{K^{0,104}}$$

Потреба у виробничих фондах K становить

$$K = \left(\frac{Y}{a_0 L^{a_1}} \right)^{\frac{1}{a_2}} = -0,013 \frac{Y^{1,577}}{L^{9,599}}$$

Виробнича функція дозволяє досліджувати питання співвідношення, заміщення та взаємодії ресурсів. Зокрема, на основі співвідношення K/L визначається важливий економічний показник – фондоозброєність праці:

$$\frac{K}{L} = \frac{\left(\frac{Y}{a_0 L^{a_1}} \right)^{\frac{1}{a_2}}}{L} = \left(\frac{1}{a_0} \right)^{\frac{1}{a_2}} \frac{Y^{\frac{1}{a_2}}}{L^{\frac{a_1+1}{a_2}}} \cdot \frac{K}{L} = -0,013 \frac{Y^{1,577}}{L^{10,599}}$$

Взаємодіючі в рамках виробничої функції ресурси L і K можуть замінювати один одного. Гранична норма заміщення затрат праці L виробничими фондами K дорівнює $h = \frac{dK}{dL} = -\frac{a_1 K}{a_2 L}$. $h = -9,599 \frac{K}{L}$.

Вплив співвідношення обсягів ресурсів на граничну норму заміщення h знаходить своє вираження у показнику еластичності заміщення ресурсів. Цей показник визначається як відношення відносних збільшень фондоозброєності праці та граничної норми заміщення ресурсів

$$\omega = \frac{h}{\frac{K}{L}} \frac{d\left(\frac{K}{L}\right)}{dh} = -\frac{a_2}{a_1} \left(-\frac{a_1}{a_2}\right) = 1.$$

Розглянемо поведінку функції Кобба-Дугласа при зміні масштабу виробництва. Нехай витрати кожного ресурсу збільшаться в L разів. Тоді нове значення виробничої функції $Y = a_0 L^{a_1} K^{a_2}$ дорівнює $Y^* = a_0 (\lambda L)^{a_1} (\lambda K)^{a_2} = \lambda^{a_1+a_2} Y$. Якщо $a_1 + a_2 = 1$, то рівень ефективності ресурсів не залежить від масштабу виробництва. Якщо $a_1 + a_2 < 1$, то з розширенням масштабів виробництва середні витрати ресурсів у розрахунок на одиницю продукції зменшуються, а якщо $a_1 + a_2 > 1$, – збільшуються. В останньому випадку мається на увазі інтенсивний розвиток виробництва.

Таким чином, функція Кобба-Дугласа дає можливість аналізувати виробничу діяльність фірми і на підставі аналізу давати рекомендації щодо удосконалення управління фірмою.

Список використаних джерел:

1. Лугінін О. Є. Економетрія : навч. пос. 2-ге вид., перероб. та доп. Київ : Центр учбової літератури, 2008. 278 с.
2. Лещинський О. Л., Рязанцева В. В., Юнькова О. О. Економетрія : навч. посіб. для вищ. навч. закл. 2-ге вид., стереотип. Київ : ДП Вид. дім «Персонал», 2008. 208 с.
3. Юрчук Н. П. Теоретичні аспекти економетричного моделювання виробничої діяльності підприємств. *Науковий вісник Херсонського державного університету*. 2015. № 13(4). С. 177-179.