Це означає, що зміна розмірів неоднорідності структури системи належить до відносно малих розмірів. Результати експерименту підтверджують висновки про те, що зменшення розміру неоднорідності за рахунок переходу до перколяції (коли замість неоднорідності частинка наповнювача – поверхневий шар в об'ємі однорідної матриці маємо неоднорідність у вигляді частинки наповнювача у матриці поверхневого шару) компенсується збільшенням цього розміру за рахунок одночасного росту пористості.

Експериментально отримана нелінійна залежність $\sigma = f(\varphi)$ яка вказує на те, що в процесі електропереносу беруть участь не лише носії заряду наповнювача, але й структурні елементи макромолекули полімерного компоненту.

Приймаючи до уваги результати дослідження густини та пористості композитів системи, можна зробити висновок, що одержані полімероксидні нанокомпозиційні матеріали характеризуються низьким рівнем пористості та високими показниками фізико-механічних характеристик, що в свою чергу, дозволяє експлуатувати композити системи ПХТФЕ – SnO_2 за значних навантажень, у складних атмосферних умовах та у присутності агресивних середовищ.

Список використаних джерел:

1. Липатов Ю. С. Физико-химические основы наполнения полимеров. – М.: Химия, 1991. – 264 с.
2. Шут Н. И. Тепловые процессы и релаксационные явления в полимерах и композициях на их основе: дис. ... докт. физ.-мат. наук: 01.04.19. – М., 1989. – 403 с.
3. Мамуня Е. П. Структура и свойства полимерных композицій с электропроводящими наполнителями: дис. докт. физ.-мат. наук: 01.04.19 – К., 2003. –303 с.
4. Рябцев С. В. Электрофизические и оптические свойства различных наноформ диоксида олова. автореф. дис. ... док. физ.-мат. наук: спец. 01.04.10 «Физика полупроводников». – Воронеж. – 2011.

Галкіна О.А.
здобувач,
Науковий керівник: **Крак Ю.В.**
доктор фізико-математичних наук, професор,
завідувач кафедри,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка

БАГАТОЕТАПНІ НАБЛИЖЕННЯ ДЕРЕВ СЦЕНАРІЇВ В ПРОБЛЕМАХ СТОХАСТИЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

Розглянемо наступну стохастичну проблему, де ξ випадковий вектор над множиною $\Xi \subset R^k$, $x \subset R^n$ – змінна прийняття рішення та $b_i(\xi): R^k \to R,\ i = 1,...m$:

$$\min\ g_0(x,\ \xi)$$
$$\begin{cases} x \in X \subset R^n \\ g_i(x,\ \xi) \le b_i(\xi),\ i = 1,...,m. \end{cases} \qquad (1)$$

Невизначеність моделюється за допомогою ймовірнісного простору $(R^k,\ B(R^k),\ P)$. δ – алгебра Бореля $B(R^k)$ представляє ймовірнісну множину подій ймовірнісної міри P. Припустимо, що функції $g_i(x,\cdot):\Xi \to R$ для усіх x випадкові та ймовірнісний розподіл не залежить від x.

Модель 1 можна представити у наступному вигляді:

$$\min \Sigma(g_0(x,\xi))$$
$$\begin{cases} x \in X \subset R^n \\ P(\xi \mid \{g_i(x,\xi) \le b_i(\xi)\}) \ge \alpha_i,\ i = 1,...,m. \end{cases} \qquad (2)$$

Припущення 1. Цільова функція та обмеження є лінійними функціями змінних прийняття рішень, тобто

$$g_0(x,\xi) = c(\xi)^T x \text{ для деяких } c(\xi): R^{n\times k} \to R^n$$

та

$$P(\{\xi \mid g_i(x,\xi) \le b_i(\xi)\}) \ge \alpha_i = P(\{\xi \mid a_i(\xi)x \le b_i(\xi)\}) \ge \alpha_i$$

для деяких $a_i(\xi): R^{n\times k} \to R^n,\ i = 1,...,m$.

Припущення 2. Обмеження майже завжди задовольняються. Іншими словами, для усіх $\xi \in \Xi$ виконуються обмеження з ймовірністю 1 ($\alpha_i = 1,\ i = 1,...,m$). Ξ – обмежена компактна множина. Для подальшого дослідження, зручно спростити позначення обмежень до наступного вигляду:

$$P(\{\xi \mid a_i(\xi)x \le b_i(\xi)\}) = 1 <=> a_i(\xi)x \le b_i(\xi).$$

Маючи припущення 1 та 2, проблема 2 може бути записана у наступному вигляді:

$$\inf \Sigma(c(\xi)^T x)$$
$$\begin{cases} x \in X \subset R^n \\ A(\xi)x \le b(\xi). \end{cases}$$

Припускається, що рішення x приймаються до початку реалізації невизначених параметрів ξ. Однак, можливо також, що рішення x приймаються після того, як виявлено невизначені параметри ξ. У цьому випадку необхідно мати інформацію як майбутні рішення будуть залежати від реалізації невизначених параметрів ξ. Рішення, таким чином, моделюється як функції невизначених параметрів. Модель, що описує дану ситуацію є наступною:

$$\inf\ \Sigma(c(\xi)^T x(\xi))$$
$$\begin{cases} x \in L_{k,n} \\ A(\xi)x(\xi) \le b(\xi), \end{cases} \qquad (3)$$

де $L_{k,n}$ позначає простір всіх борелівських вимірних функцій з R^k в R, обмежених на компактних множинах. У випадку, коли рішення x моделюються в залежності від невизначених параметрів ξ, їх називають правилами прийняття рішень, або стратегією. Для подальшої аргументації, корисно ввести функціональну слабку змінну $s \in L_{k,m}$, та перевести обмеження нерівності проблеми 3 до обмеження рівності:

$$\inf\ \Sigma(c(\xi)^T x(\xi))$$
$$\begin{cases} x \in L_{k,n},\ s \in L_{k,m} \\ A(\xi)x(\xi) + s(\xi) = b(\xi) \\ s(\xi) \geq 0. \end{cases} \qquad (4)$$

Двоетапна проблема може бути розширена до більшої кількості етапів. Невизначені параметри представлені у вигляді $\xi = (\xi_1,...,\xi_T)$, де підвектори $\xi_t \in R^{k_t}$ спостерігаються у моменти часу $t \in T := \{1,...,T\}$. Історія спостережень до моменту t позначається $\xi^t := (\xi_1,...,\xi_t) \in R^{k^t}$, де $k^t := \sum_{s=1}^{t} k_s$. $E_t(\cdot)$ позначає умовне математичне сподівання P, враховуючи невизначені параметри ξ^t. Одноетапна модель стохастичного програмування може розглядатися як окремий випадок багатоетапної моделі, в якій $\xi^T = \xi$ та $k^T = k$. Рішення $x_t(\xi^t)$ приймається в момент часу t після того, як невизначені параметри ξ_t були виявлені, але перед будь – якими майбутніми результатами $\{\xi_s\}_{s>t}$. Мета полягає в тому, щоб знайти послідовність правил прийняття рішень $x_t \in R_{k^t,\, n_t},\ t \in T$, що є допустимою для задачі 5 та мінімізує її цільову функцію. Вимога, що x_t залежить тільки від ξ^t, відображає ідею про те, що рішення не може залежати від невідомих майбутніх параметрів:

$$\inf\ E(\sum_{t=1}^{T} c_t(\xi^t)^T x_t(\xi^t))$$
$$\begin{cases} x_t \in L_{k^t,\, n_t},\ \forall t \in T \\ \sum_{s=1}^{t} A_{ts}(\xi^t) x_s(\xi^s) \leq b_t(\xi^t),\ \forall t \in T. \end{cases} \qquad (5)$$

Для подальших міркувань введемо послідовність неочікуваних (тобто рішення на даному етапі не залежить від майбутньої реалізації невизначених параметрів) додаткових змінних $s_t \in L_{k^t,\, m_t},\ t \in T$ та запишемо проблему 3 у наступному вигляді:

$$\inf\ E(\sum_{t=1}^{T} c_t(\xi^t)^T x_t(\xi^t))$$

$$\begin{cases} x_t \in L_{k^t,\,n_t},\ x_t \in L_{k^t,\,m_t},\ \forall t \in T \\ \sum_{s=1}^{t} A_{ts}(\xi^t)x_s(\xi^s) + s_t(\xi^t) = b_t(\xi^t),\ \forall t \in T. \\ \qquad s_t(\xi^t) \geq 0 \end{cases} \tag{6}$$

Дерева сценаріїв є найбільш широко використовуваним підходом при роботі з багатоетапними стохастичними проблемами. Цей метод включає в себе дискретизацію результатів невизначених параметрів ξ на кожному етапі $t \in T$.

Сценарій визначається як можлива реалізація невизначених параметрів ξ^T. Множина сценаріїв N_T на останньому етапі ($t = T$) відповідає множині листів дерева сценаріїв. Вузли в дереві N_t на рівні t ($t = 1,...,,T-1$) відповідають можливій реалізації ξ^t. Кожен вузол позначається $e = (s,\ t)$, де s являє собою сценарій, а t є рівнем вузла в дереві. Наприклад, кореневий вузол позначається як $0 = (s,\ 1)$, де s може бути будь–яким сценарієм, так як всі сценарії мають однаковий кореневий вузол. Позначимо через $a_i(e) = (s,\ i),\ i = 1,...,t-1$ предки вузла $e = (s,\ t)$, де $a_{t-1}(e)$ – батьківський вузол $e = (s,\ t)$. Розгалужена ймовірність p_e є умовною ймовірністю події $e = (s,\ t)$, враховуючи її батьківську подію $a_{t-1}(e)$. Шлях до події e є частковим сценарієм з ймовірністю $P_e = \prod p_e$ на цьому шляху. Відзначимо, що ймовірності P_e сумуються до 1 на кожному рівні вузлів дерева N_t для всіх $t \in T$. Кожен вузол на рівні t відповідає рішенню $x_t(\xi^t)$, яке повинне бути визначене в момент часу t. ξ_e^t позначає реалізацію невизначених параметрів ξ_t, які повинні відбутися для того, щоб отримати вузол e. Для того, щоб отримати обчислювальне наближення проблеми ресурсів за допомогою дерева сценаріїв, необхідно дискретизувати невизначені параметри ξ. Таким чином, всі можливі реалізації ξ апроксимовані дискретним набором сценаріїв. Дерева сценаріїв можуть використовуватися для наближення проблеми 6.

Теорема. Проблема 10 представляє наближення проблеми 6 [2]:

$$\min\ \Sigma_{t=1}^{T}\Sigma_{\forall e \in N_t} P_e c_t(\xi_e^t)^T x_t(\xi_e^t)$$

$$\begin{cases} x(\xi_e^t) \in R^n,\ s(\xi_e^t) \in R^m,\ \forall e \in N_2 \\ \left.\begin{array}{l} \Sigma_{s=1}^{t} A_{ts}(\xi_e^t)x_s(\xi_{a_s(e)}^s) + s_t(\xi_e^t) = b_t(\xi_e^t) \\ s_t(\xi_e^t) \geq 0 \end{array}\right\} \forall t \in T,\ \forall e \in N_t \end{cases} \tag{10}$$

Доведення.

Для початку необхідно представити наближення цільової функції:

$$E(\Sigma_{t=1}^{T} c_t(\xi^t)^T x_t(\xi^t)) \approx \Sigma_{t=1}^{T} \Sigma_{\forall e \in N_t} P_e c(\xi^t \mid \tilde{\xi}_e^t)^T x(\xi^t \mid \tilde{\xi}_e^t) =$$

$$= \Sigma_{t=1}^{T} \Sigma_{\forall e \in N_t} P_e c(\tilde{\xi}_e^t)^T x(\tilde{\xi}_e^t) \tag{11}$$

Використовуючи схожу методику, також можливо наблизити обмеження:

$$\left.\begin{matrix} \Sigma_{s=1}^{t} A_{ts}(\xi^t) x_s(\xi^s) + s_t(\xi^t) = b_t(\xi^t) \\ s_t(\xi^t) \geq 0 \end{matrix}\right\},\ \forall t \in T$$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} \Sigma_{s=1}^{t} A_{ts}(\xi^t \mid \tilde{\xi}_e^t) x_s(\xi^s \mid \tilde{\xi}_{a_s(e)}^s) + s_t(\xi^t \mid \tilde{\xi}_e^t) = b_t(\xi^t \mid \tilde{\xi}_e^t) \\ s_t(\xi^t \mid \tilde{\xi}_e^t) \geq 0 \end{matrix}\right\} \forall t \in T,\ \forall e \in N_t$$

$$\Leftrightarrow \left.\begin{matrix} \Sigma_{s=1}^{t} A_{ts}(\tilde{\xi}_e^t) x_s(\tilde{\xi}_{a_s(e)}^s) + s_t(\tilde{\xi}_e^t) = b_t(\tilde{\xi}_e^t) \\ s_t(\xi_t \mid \tilde{\xi}_e^t) \geq 0 \end{matrix}\right\} \forall t \in T,\ \forall e \in N_t. \tag{12}$$

Об'єднавши 11 та 12, отримуємо задачу 10. Наближення є розв'язними, так як проблема 10 сформульована у вигляді лінійної проблеми.

Теорему доведено.

Список використаних джерел:

1. Кнопов П.С., Зоркальцев В. И., Иваньо Я. М. И др. Стохастическое программирование и его приложения. [Электронный ресурс] // Иркутск: Институт систем энергетики им. Л. А. Мелентьева СО РАН, 2012.
2. Pennanen T. Epi – convergent discretizations of multistage stochastic programs // Math. Oper. Res. 2005.

Осідач А.О.

аспірант,

Національний університет «Львівська політехніка»

РОЗРОБЛЕННЯ АРХІТЕКТУРИ СИСТЕМИ ЕЛЕКТРОННОГО ДОКУМЕНТООБІГУ

Суть будь-якої архітектури полягає в її комплексності. Самі по собі системи управління документацією не зможуть заповнити прогалину між розробкою бізнес-стратегій і використанням нових технологій і систем. Співробітникам компанії необхідно вжити спільних зусиль, щоб дослідити і ліквідувати відмінності в розумінні термінів, концепцій і моделей архітектури. Коли підприємство отримає хвилю нововведень, виникнуть проблеми з невизначеністю і двозначним трактуванням термінів. Призначення архітектури