$$U^l := \left\{ P^l : \sqrt{\left((P^l - \mu^l)^T \right) (V^l)^{-1} (P^l - \mu^l) \right)} \le 3 \right\},\ l = 1, \dots, L.$$

Результуюча проблема може бути записана як конічна проблема другого порядку.

Список використаних джерел:

1. Zanjani M. K., Nourelfath M. and Ait–Kadi D. Multi-stage stochastic programming approach for production planning with uncertainty in the quality of raw materials and demand // CIRRELT, 2009.

2. Recchia R. and Scutella M. G. Robust portfolio asset allocation: models and algorithmic approaches. 2009. – P. 1-12.

Дундар О.Д.

аспірант,

Донецький національний університет

ПОБУДОВА ТА ДОСЛІДЖЕННЯ НАБЛИЖЕННЯ ТРЕТЬОГО ПОРЯДКУ РОЗВ'ЯЗКУ СТАЦІОНАРНОЇ ЗАДАЧІ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ПОЛОГОЇ ІЗОТРОПНОЇ ОБОЛОНКИ

Дана робота присвячена розв'язанню стаціонарної задачі теплопровідності тонкостінної ізотропної оболонки за допомогою апроксимації функції температури поліномами Лежандра. В цій задачі оболонка знаходиться в тепловому контакті з навколишнім середовищем за законом Ньютона. Рівняння теплопровідності для ізотропної оболонки в цьому випадку має наступний вигляд [2]:

$$\nabla^2 T = -\frac{1}{\lambda} W_0, \tag{1}$$

$$\nabla^2 = \frac{1}{AB}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{B}{A}\frac{\partial}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{A}{B}\frac{\partial}{\partial y}\right)\right] + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \ (k_1 + k_2)\frac{\partial}{\partial z},$$

де A, B – коефіцієнти першої квадратичної форми, k_1, k_2 – головні кривини серединної поверхні оболонки, W_0 – об'ємна густина джерел тепла, T – температура. Розглядались лише пологі оболонки, тому коефіцієнти першої квадратичної форми в декартовій системі координат дорівнюють одиниці ($A = B = 1$) [3]. Розв'язок порядку N рівняння (1) будуємо, використовуючи відповідно до [2] наступні часткові суми:

$$T = \sum_{k=0}^{N} T_k P_k,\ T_k = \frac{2k+1}{2h}\int_{-h}^{h} T P_k dz,$$

$$W_0 = \sum_{k=0}^{N} W_{0k} P_k,\ W_{0k} = \frac{2k+1}{2h}\int_{-h}^{h} W_0 P_k dz,$$

де $2h$ – товщина оболонки, а P_k – полиноми Лежандра.

За допомогою переходу до безрозмірної системи координат з точністю до величини h та перетворень Фур'є було отримано розв'язок третього порядку наближення рівняння (1). Коефіцієнти температури T_k в полярній системі координат мають вигляд:

$$\begin{cases} T_0(r,\phi) = S_{0,0}G_{0,0}(r\sqrt{c_1}) + S_{0,1}G_{0,0}(r\sqrt{c_2}) + S_{0,2}G_{0,0}(r\sqrt{c_3}) + S_{0,3}G_{0,0}(r\sqrt{c_4}) \\ T_1(r,\phi) = S_{1,0}G_{0,0}(r\sqrt{c_1}) + S_{1,1}G_{0,0}(r\sqrt{c_2}) + S_{1,2}G_{0,0}(r\sqrt{c_3}) + S_{1,3}G_{0,0}(r\sqrt{c_4}) \\ T_2(r,\phi) = S_{2,0}G_{0,0}(r\sqrt{c_1}) + S_{2,1}G_{0,0}(r\sqrt{c_2}) + S_{2,2}G_{0,0}(r\sqrt{c_3}) + S_{2,3}G_{0,0}(r\sqrt{c_4}) \\ T_3(r,\phi) = S_{3,0}G_{0,0}(r\sqrt{c_1}) + S_{3,1}G_{0,0}(r\sqrt{c_2}) + S_{3,2}G_{0,0}(r\sqrt{c_3}) + S_{3,3}G_{0,0}(r\sqrt{c_4}) \end{cases},$$

де $G_{n,\nu}(z)$ – це спеціальна G-функція [1], а $S_{i,j}$ та c_j – величини, які залежать від критерію Біо та безрозмірної середньої кривини оболонки.

Було проведено чисельні дослідження залежності температури від відстані до джерела тепла. На рисунку 1 подано графік залежності температури T від полярного радіусу r для різних значень крітерію Біо: $Bi+$ для лицьової сторони оболонки, Bi- для зворотньої. Безрозмірні головні кривини оболонки k_1 та k_2 в цьому випадку дорівнювали 0.05 та 0 відповідно.

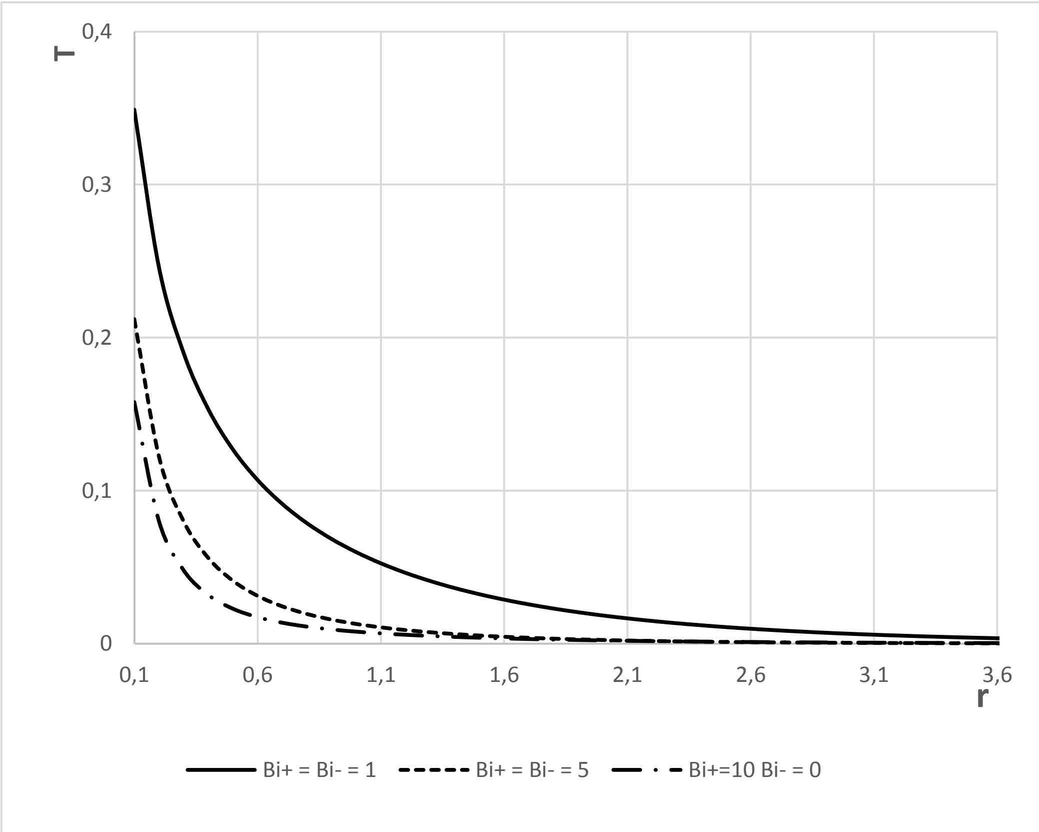

Рис. 1. Залежність температури від відстані до джерела тепла

Також досліджувалась залежність температури від радіусу кривини оболонки (радіус безрозмірний), і побудовано графіки (рис. 2). Для випадку циліндричної оболонки безрозмірний радіус R_2 дорівнює $R_2 = \infty$ (кривина $k_2 = 0$), а для сферичної $R_1 = R_2$.

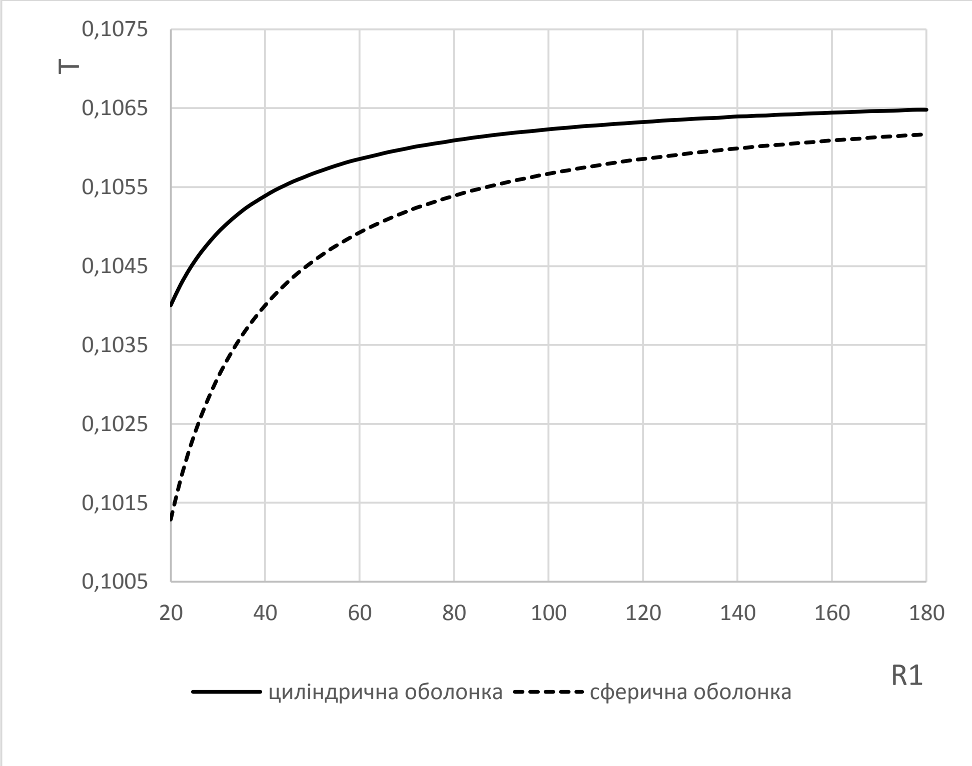

Рис. 2. Залежність температури від радіусу кривини оболонки

Було зроблено висновок, що при визначенні температури в ізотропних оболонках з зосередженим джерелом тепла необхідно враховувати теплообмін з навколишнім середовищем та геометрію оболонки (радіуси кривини). Параметр темплообміну не впливає на характер залежності температури від відстані від джерела тепла – її значення асимптотично наближаються до нуля при віддаленні від джерела, тобто при $r \to \infty$. Також було досліджено циліндричну та сферичну оболонки: при збільшенні радіусів кривин температура наближується до одного і того самого значення – це значення для випадку пластини, тобто оболонки із нульовими головними кривинами (або радіусами кривини, які дорівнюють нескінченності).

Список використаних джерел:

1. Гольцев А. С. G-функція: Методичні поради до вивчення спецкурсу «Спеціальні функції» / А. С. Гольцев, В. К. Хижняк. – Донецьк: ДонДУ, 1999. – 8 с.

2. Пелех Б. Л. Контактные задачи теории упругих анизотропных оболочек / Б. Л. Пелех, М. А. Сухорольский. – К.: Наук. думка, 1980. – 216 с.

3. Ventsel E., Krauthammer Th. Thin plates and shells: Theory, Analysis and Applications. – Marcel Dekker, Inc., 2001.