

10. Белозерова М. А. Асимптотические свойства одного класса решений существенно нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка // Математичні студії. – 2008. – Т. 29, № 1. – С. 52-62.

11. Білозерова М. О. Асимптотичні зображення розв'язків диференціальних рівнянь другого порядку з нелінійностями у деякому сенсі близькими до степеневих // Науковий вісник Чернівецького університету. – Чернівці: «Рута». – 2008. – Вип. 374. – С. 34-43.

12. Белозерова М. А. Асимптотические представления решений дифференциальных уравнений второго порядка с нелинейностями в некотором смысле близкими к степенным: дис. канд. физ.-мат. наук: 01.01.02 / Белозерова Мария Александровна – Одесса, 2009. – 121 с.

13. Maric V. Regular Variation and Differential Equations – Springer, 2000. – 138 p.

Присяжнюк Ю.М.

студентка,

Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут»

ЕЛЕКТРОКІНЕТИЧНІ ЯВИЩА В КОНЦЕНТРОВАНИХ СУСПЕНЗІЯХ В НЕОДНОРІДНОМУ МАГНІТНОМУ ПОЛІ

Відкриття електрокінетичного явища, електрофорез, електроосмос, і потенціалу протікання, породило концепцію подвійного електричного шару, який, в свою чергу, відіграє важливу роль в розумінні колоїдної стабільності.

Вивчення поведінки колоїдних частинок у розчинах рідин, зокрема, електролітах, а також дисперсійних системах є важливим для багатьох галузей науки та техніки. Відносний рух заряджених частинок (дисперсних фаз) і дисперсійних середовищ супроводжується появою заряду на границі розділу фаз і рухом однієї фази відносно іншої. Як відомо, явища, пов'язані із існуванням такого роду електричного заряду називаються електрокінетичними. Незалежно від причин, що призвели до відносного зміщення фаз, на поверхні розділу фаз колоїдної частинки та дисперсійного середовища виникає подвійний електричний шар.

За причинами виникнення електрокінетичні явища поділяються на явища, при яких відносний рух фаз викликається дією зовнішнього електричного поля (електрофорез – рух заряджених мікрочастинок у рідкому середовищі і електроосмос – рух дисперсійного середовища відносно дисперсної фази і явища, при яких виникнення різниці потенціалів обумовлено відносним рухом фаз (потенціал протікання і седиментаційний потенціал).

Подвійний іонний шар є причиною електрокінетичних явищ, тобто явищ відносного переміщення фаз в електричному полі або, навпаки, виникнення електричного поля в результаті переміщення фаз.

Різниця потенціалів, що виникає між двома шарами, які розміщені на різних висотах, при осіданні завислих частинок (наприклад, піщинок у воді) називається потенціалом осаду (седиментації), або ефектом Дорна.

Метод електрофорезу широко використовується в медицині, наприклад, для видалення та дослідження деяких фракцій білків плазми крові, що дозволяє діагностувати багато захворювань.

Розглядаємо концентровану суспензію заряджених твердих сферичних частинок радіусом a , густина маси ρ_p , яка міститься в електроліті, густина рідини ρ_0 і з в'язкістю ν . Ми використовуємо модель комірки [4] в якій кожна частинка оточена концентричною сферичною оболонкою, наповненою розчином електроліту, що має зовнішній радіус b , (рис. 1)

$$\phi = (a/b)^3$$

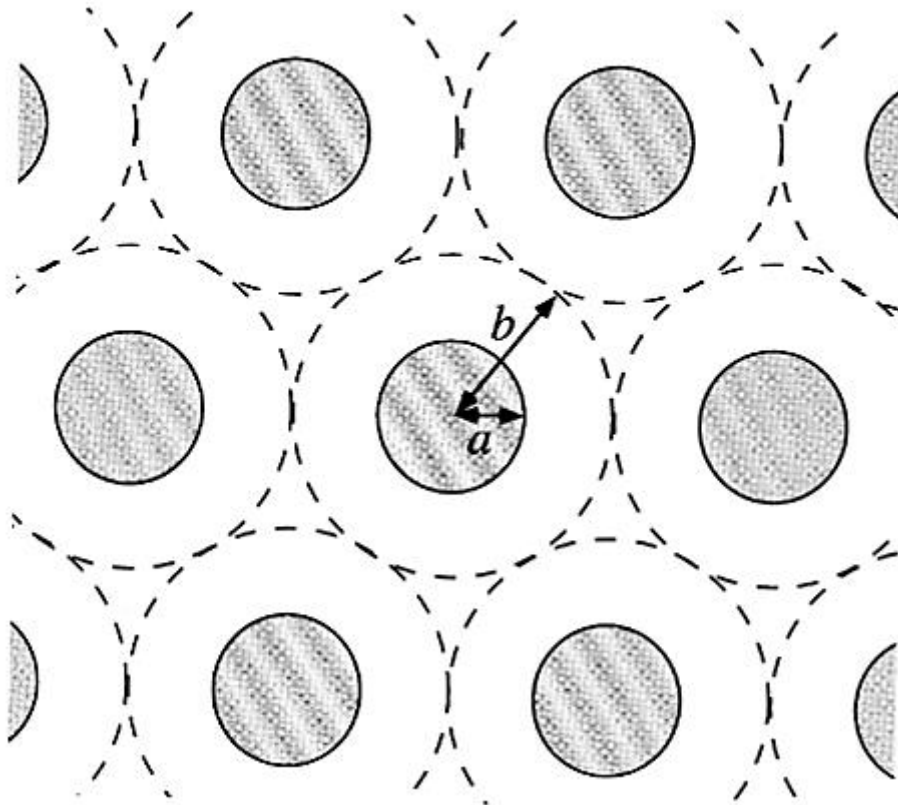


Рис. 1.

Фундаментальні рівняння для магнітофоретичного потенціалу у неоднорідних магнітних полях, які складаються [4]:

з рівняння Нав'є-Стокса $\gamma(\vec{u}\nabla)\vec{u} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\Delta\vec{u} - \rho_{el}\nabla\psi + \rho_0\vec{g} + \frac{\chi_0}{2}\nabla\vec{H}^2 - \frac{\sigma}{c}[\nabla\psi \times \vec{H}]$, де $p(\vec{r})$ - тиск, $\rho_{el}(\vec{r})$ – густина заряду в результаті рухливості заряджених іонних частинок, $\psi(\vec{r})$ - електричний потенціал, вектором швидкості рідини $\vec{u}(r)$,

$$\text{рівняння неперервності } \nabla \cdot \vec{u} = 0,$$

$$\text{рівняння Пуассона } \Delta\psi(\vec{r}) = -\frac{\rho_{el}}{4\epsilon_r\pi},$$

де ϵ_r – відносна діелектрична проникність розчину

Електрофоретична рухливість μ для сферичних частинок в концентрованій дисперсії, коли перекриттям подвійних шарів для сусідніх частинок можна знехтувати, тобто можна отримати

$$\vec{E}_{MHD} = - \frac{\phi(1-\phi)}{\left(1 + \frac{\phi}{2}\right)} \frac{(\rho_P - \rho_0)}{K^\infty} \mu \frac{\chi_0}{2} \nabla \vec{H}^2$$

$$\text{де } \phi = \frac{\frac{4}{3}\pi a^3 N_P}{V}$$

Це є співвідношення Онзагера між магнітофоретичним потенціалом \vec{E}_{MHD} і електрофоретичною рухливістю μ для концентрованої дисперсії сферичних частинок [5].

Для розбавлення випадку нехай ($\phi \rightarrow 0$), зокрема, стане відомо співвідношенні Онзагера між електрофорезом і магнітофоретичним потенціалом [1-3].

$$\vec{E}_{MHD} = - \frac{\phi(\rho_P - \rho_0)}{K^\infty} \mu \frac{\chi_0}{2} \nabla \vec{H}^2.$$

Список використаних джерел:

1. Booth F., J. Chem. Phys. 22, 1956(1954).
2. Levine S., Marriott J., Robinson K., Faraday Trans II; 71,1; 1975.
3. Levine S., Marriott J. R., Neake G., Epstein N., J. Colloid Interface Sci. 52,136; 1975.
4. Ohshima H. Cell model calculation for electrokinetic phenomena in concentrated suspensions: an Onsager relation between sedimentation potential and electrophoretic mobility. Advances in Colloid and Interface Science. 88 (2000) 1-18.
5. О. Yu. Gorobets Yu., Gorobets I. and Rospotniuk V.P. J. of App. Phy. 118; Magnetophoretic potential at the movement of cluster products of electrochemical reactions in an inhomogeneous magnetic field. 2015.

Римар П.В.

аспірант,

Донецький національний університет

ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕРМОПРУЖНИХ МОМЕНТІВ В ОРТОТРОПНИХ ПЛАСТИНАХ ПРИ ДІЇ ЗОСЕРЕДЖЕНОГО «ЗГИННОГО» ДЖЕРЕЛА ТЕПЛА

Фундаментальні рішення термопружності в теорії пластин та оболонок отримали свій розвиток при розв'язку задач про дію зосереджених джерел тепла в тонкостінних елементах конструкцій. Вперше задача о дії зосередженого джерела тепла була вирішена Е. Меланом та Г. Паркусом [1; 2]. В подальшому такі задачі були предметом фундаментальних теоретичних досліджень. Це монографії Я.С. Підстригача, Ю.М. Коляно [3-5]. До цього напряму відносяться також задачі про зосереджений нагрів, які для ізотропних пластин описав С. Лукасевич в монографії [6].

До публікацій останніх років відноситься ряд робіт [7; 8], де було досліджено напружений стан та стійкість ізотропної пластини, яка нагрівається джерелом тепла. Отримані формули, які визначають термонапружений стан

пластини під дією зосереджених джерел тепла. В публікації [9] розв'язана задача термопружності для ізотропної пластини змінної товщини, яка знаходиться під дією джерел тепла при наявності теплообміну через основу та бічну поверхню. Передбачалося, що температура постійна по товщині та теплофізичні властивості нелінійно-деформівного матеріалу залежать від температури.

Термопружний стан в оболонках, схильних до зосередженого нагріву, був розглянутий в роботі [10]. В ній досліджені особливості напруженого стану циліндричних оболонок при дії зосереджених теплових джерел.

Задача о дії зосереджених джерел тепла була вперше вирішена в роботі [11]. Отримано фундаментальний розв'язок термопружності для ізотропних оболонок позитивної гаусовської кривини. Це єдина робота, в якій побудовано фундаментальний розв'язок термопружності з використанням рівнянь теплопровідності для оболонок, які враховують довільний теплообмін з навколишнім середовищем.

Розглянемо тонку ортотропну пластину товщиною $2h$, яка знаходиться в тепловому контакті з навколишнім середовищем. Конвективний теплообмін відбувається через лицьові поверхні пластини за законом Ньютона.

Введемо безрозмірну систему координат x_i ($i = \overline{1,3}$), визначену з точністю до величини h ($x_1 = x/h$; $x_2 = y/h$; $x_3 = z/h$). Рівняння теплопровідності, яке записане в цій системі для випадку температурного згину ортотропних пластин при симетричному теплообміні матиме наступний вигляд [3]:

$$\Delta_\lambda T_2 - 3(1 + \mu_1)T_2 = -3W_2,$$

де

$$\Delta_\lambda = \lambda_1 \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \lambda_2 \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}, \quad \lambda_1 = \frac{\lambda_{11}}{\lambda_{33}}, \quad \lambda_2 = \frac{\lambda_{22}}{\lambda_{33}}, \quad \mu_1 = Bi,$$

$$W_2(x_1, x_2) = \frac{1}{2\lambda_{33}} \int_{-1}^1 x_3 W_0(x_1, x_2, x_3) dx_3$$

λ_{11} , λ_{22} , λ_{33} – головні коефіцієнти теплопровідності, Bi – критерій Біо на поверхнях $x_3 = \pm 1$.

В безрозмірній системі координат рівняння термопружного згину ортотропних пластин має наступний вигляд:

$$D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x_1^4} + D_3 \frac{\partial^4 w}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + D_2 \frac{\partial^4 w}{\partial x_2^4} = -\beta_1^0 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x_1^2} - \beta_2^0 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x_2^2},$$

де $D_1 = \kappa D$, $D_2 = \kappa^{-1} D$, $D_3 = 2(\kappa \nu_2 D + 4G/3)$, $\beta_i^0 = D_i \chi_i$ ($i = 1, 2$), $\chi_i = \alpha_1 + \nu_2 \alpha_2$,

$$\chi_2 = \nu_1 \alpha_1 + \alpha_2, \quad D = \frac{2}{3(1 - \nu_1 \nu_2)}, \quad G = \frac{G_{12}}{E}, \quad E = \sqrt{E_1 E_2}, \quad \kappa = \sqrt{\frac{E_1}{E_2}}$$

w – вигин пластини; E_1 , E_2 – модулі Юнга для головних напрямків; G_{12} – модуль зсуву в серединній площині пластини; ν_1 , ν_2 – коефіцієнти Пуассона для

головних напрямків; α_1, α_2 – температурні коефіцієнти лінійного розширення для головних напрямків.

В безрозмірній системі координат формули для знаходження вигинаючих (M_1, M_2) та крутного (H) моментів мають наступний вигляд:

$$M_1 = -D_1 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} + \nu_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} \right) - \beta_1^0 T_2,$$

$$M_2 = -D_2 \left(\nu_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} \right) - \beta_2^0 T_2,$$

$$H = -\frac{4}{3} G \frac{\partial^2 w}{\partial x_1 \partial x_2}.$$

Моменти за цими формулами визначаються з точністю до величини Eh^2 .

Дія зосередженого «згинного» джерела тепла моделюється за допомогою дельта-функції Дірака, яка стоїть в правій частині рівняння теплопровідності у випадку температурного згину і має наступний вигляд:

$$W_2(x_1, x_2) = W_2^* \delta(x_1, x_2)$$

де $\delta(x_1, x_2)$ – двовимірна дельта-функція Дірака, W_2^* – інтенсивність «згинного» джерела тепла.

Задача термопружного згину розв'язується за допомогою методу двовимірного інтегрального перетворення Фур'є. Після її розв'язання остаточні формули матимуть наступний вигляд:

$$M_1(r, \varphi) = \frac{3W_2^* D_1}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \cos 2n\varphi \int_0^{\pi/2} \left(\frac{m_1(\theta)\beta(\theta)}{\Theta(\theta)\Lambda(\theta)} - \frac{\chi_1}{\Lambda(\theta)} \right) \times$$

$$\times \cos 2n\theta \cdot G_{n,n}(\mu_0(\theta)r) d\theta,$$

$$M_2(r, \varphi) = \frac{3W_2^* D_2}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \cos 2n\varphi \int_0^{\pi/2} \left(\frac{m_2(\theta)\beta(\theta)}{\Theta(\theta)\Lambda(\theta)} - \frac{\chi_2}{\Lambda(\theta)} \right) \times$$

$$\times \cos 2n\theta \cdot G_{n,n}(\mu_0(\theta)r) d\theta,$$

$$H(r, \varphi) = \frac{8W_2^* G}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sin 2n\varphi \int_0^{\pi/2} \frac{m_3(\theta)\beta(\theta)}{\Theta(\theta)\Lambda(\theta)} \sin 2n\theta \cdot G_{n,n}(\mu_0(\theta)r) d\theta$$

де $\Theta(\theta) = D_1 \cos^4 \theta + D_3 \cos^2 \theta \sin^2 \theta + D_2 \sin^4 \theta$, $m_1(\theta) = \cos^2 \theta + \nu_2 \sin^2 \theta$,
 $\beta(\theta) = \beta_1^0 \cos^2 \theta + \beta_2^0 \sin^2 \theta$, $m_2 = \nu_1 \cos^2 \theta + \sin^2 \theta$, $m_3(\theta) = \cos \theta \sin \theta$.

Спеціальна функція $G_{n,\nu}(z)$ [12] має наступний вигляд:

$$G_{n,\nu}(z) = (-1)^n \left(\frac{z}{2} \right)^{\nu-n} \int_0^{\infty} \frac{t^{\nu-n+1} J_{\nu+n}(rt)}{t^2 + c^2} dt,$$

$$-1 < \operatorname{Re} \nu < n + \frac{3}{2}, \operatorname{Re} z > 0, \operatorname{Re} c > 0.$$

Список використаних джерел:

1. Мелан Э. Термоупругие напряжения, вызываемые стационарными температурными полями / Э. Мелан, Г. Паркус – М.: Физматгиз, 1958. – 167 с.
2. Паркус Г. Неустановившиеся температурные напряжения / Г. Паркус – М.: Физматгиз, 1963. – 252 с.
3. Подстригач Я. С. Неустановившиеся температурные поля и напряжения в тонких пластинках / Я. С. Подстригач, Ю. М. Коляно – К.: Наук. думка, 1972. – 308 с.
4. Подстригач Я. С. Обобщенная термомеханика / Я. С. Подстригач, Ю. М. Коляно – К.: Наук. думка, 1976. – 311 с.
5. Подстригач Я. С. Термоупругость тел неоднородной структуры / Я. С. Подстригач, В. А. Ломакин, Ю. М. Коляно – М.: Наука, 1984. – 368 с.
6. Лукасевич С. Локальные нагрузки в пластинах и оболочках / С. Лукасевич – М.: Мир, 1982. – 544 с.
7. Мотовиловец И. А. О напряженном состоянии нагреваемой источником тепла пластины / И. А. Мотовиловец // Прикладная механика. – 1995. – Т. 31, № 5. – С. 62-67.
8. Мотовиловец И. А. Об устойчивости пластины, нагреваемой источником тепла / И. А. Мотовиловец // Прикладная механика. – 1995. – Т. 31, № 1. – С. 79-86.
9. Фомин В. Г. Задача термоупругости для пластинки переменной толщины, находящейся под влиянием источников тепла при наличии теплообмена через основания и боковую поверхность / В. Г. Фомин // 2 Междунар. науч.-техн. конф. «Инж.-физ. пробл. авиац. и косм. техн.», Егорьевск, 3-5 июня, 1997. Тез. докл. Ч. 1. – Егорьевск. – 1997. – С. 32-33.
10. Flugge W. Thermal singularities for cylindrical shells / W. Flugge, D. A. Conrad // Proc. of 3-rd U. S. National Congress of Appl. Mech. – 1958. – P. 321-328.
11. Авраменко Л. Е. Напряженно-деформированное состояние оболочек под действием сосредоточенных источников тепла / Л. Е. Авраменко, В. П. Шевченко // Теорет. и прикл. механика. – 1995. – Вып. 25. – С. 70-80.
12. Хижняк В. К. Смешанные задачи теории пластин и оболочек: Уч. пособие / В. К. Хижняк, В. П. Шевченко / Донецк: Издательство Донецкого уни-та, 1980.