

ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ НАУКИ

Бабасв О.А.

кандидат фізико-математичних наук, доцент;

Штефан Н.І.

кандидат технічних наук, доцент;

Гнатейко Н.В.

кандидат технічних наук, доцент,

Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

ДОСЛІДЖЕННЯ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ ПРИ ПРИЙОМІ АКУСТИЧНИХ ХВИЛЬ ЦИЛІНДРИЧНОЮ П'ЄЗОКЕРАМІЧНОЮ ОБОЛОНКОЮ

Розглядається взаємодія плоскої стаціонарної хвилі тиску, що розповсюджується у нескінченному просторі ідеальної стисливої рідини і яка контактує з нескінченно довгим тонкостінним циліндричним п'єзоперетворювачем, який поляризовано у радіальному напрямку. Токопровідні покриття на зовнішній та внутрішній поверхні суцільні. Фронт падаючої хвилі паралельний вісі циліндра та орієнтовний під довільним кутом.

Будемо вважати, що циліндрична п'єзокерамічна оболонка радіусом R та товщиною h є нескінченно довгою, тонкостінною та оточена ідеальною стисливою рідиною з густиною ρ і швидкістю звука c . У внутрішньому об'ємі – вакуум.

Динамічні процеси які виникають в описаній гідроелектропружній системі моделюється в рамках теорії тонких електропружних оболонок, яка базується на гіпотезах Кірхгофа-Лява та акустичного наближення.

В полярних координатах r, θ вихідна система рівнянь записується у наступному вигляді:

$$\left[1 + \frac{h^2}{12R^2} \left(1 + \frac{e_{13}^2}{C_{11}^E \varepsilon_{33}^s} \right) \right] \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{h^2}{12R^2} \left(1 + \frac{e_{13}^2}{C_{11}^E \varepsilon_{33}^s} \right) \frac{\partial^3 w}{\partial \theta^3} - \frac{e_{13}}{C_{11}^E d_{33}} \frac{\partial E_r^{(0)}}{\partial \theta} = \frac{\rho_m c^2}{C_{11}^E} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}; \quad (1)$$

$$-\frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{h^2}{12R^2} \left(1 + \frac{e_{13}^2}{C_{11}^E \varepsilon_{33}^s} \right) \frac{\partial^3 u}{\partial \theta^3} - w - \frac{h^2}{12R^2} \left(1 + \frac{e_{13}^2}{C_{11}^E \varepsilon_{33}^s} \right) \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4} + \frac{e_{13}}{C_{11}^E d_{33}} E_r^{(0)} + \frac{\rho c^2 R}{h C_{11}^E} q = \frac{\rho_m c^2}{C_{11}^E} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2};$$

$$D_r = D_r^{(0)} = e_{13} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{w}{R} \right] + \varepsilon_{33}^s E_r^{(0)}; \quad (2)$$

$$E_r = E_r^{(0)} + \xi E_r^{(1)}; \quad (3)$$

$$\text{де } \xi = r - R; \quad E_r = -\frac{\partial \Psi}{\partial r}; \quad E_r^{(0)} = -\frac{e_{13} d_{33}}{\varepsilon_{33}^s} w_0; \quad E_r^{(1)} = -\frac{d_{33} e_{13}}{\varepsilon_{33}^s} \left[-\frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right];$$

$$\frac{\partial^2 \varphi^{(0)}}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \varphi^{(0)}}{\partial t^2}; \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial \theta^2} = \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial t^2}; \quad (5)$$

$$q = -p; \quad (6)$$

$$p = - \left[\frac{\partial \varphi^{(0)}}{\partial t} + \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial t} \right]_{r=R}; \quad (7)$$

де u та w – нормальні та тангенціальні складові вектора переміщень точок серединної поверхні; q – діюча на неї гідродинамічне навантаження; E_r, D_r – радіальні компоненти напруженості та індукції електричного поля; $\varphi^{(0)}$ та $\varphi^{(1)}$ – потенціали падаючої та відбитої акустичної хвилі; p – гідродинамічний тиск; $C_{11}^E, e_{13}, d_{33}, \varepsilon_{33}^s, \rho_m$ – модуль пружності, п'єзомодулі, діелектрична проникненість та густина п'єзокераміки; y – декартова координата.

Гранична умова, яка забезпечує безвідривний рух циліндричної оболонки та контактуючою з нею середовища, наступна

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \left[\frac{\partial \varphi^{(0)}}{\partial r} + \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial r} \right]_{r=R}. \quad (8)$$

Враховуюче те, що циліндрична оболонка має суцільні електроди електрична напруга (нульова мода), яка виникає на струмопровідних покриттях п'єзоперетворювача має наступний вигляд

$$U_0 = - \frac{e_{13} d_{33} h}{\varepsilon_{33}^s} w_0. \quad (9)$$

Відмітимо, що вихідні дані (1)-(9) були записані у безрозмірних величинах, згідно яким u, w, r, R, h віднесені до R ($R=1$); q, p – до ρc^2 ; t – до R/c ; $\varphi^{(0)}, \varphi^{(1)}$ – до Rc ; E_r – до $1/d_{33}$; D_r – до e_{13} ; U – до R/d_{33} .

При розв'язку задачі невідомі u, w будемо шукати у вигляді розкладання у ряди Фур'є по власним формам коливань

$$u = e^{i\omega t} \sum_{n=1}^{\infty} u_n \sin n\theta; \\ w = e^{i\omega t} \sum_{n=0}^{\infty} w_n \cos n\theta. \quad (10)$$

Загальні розв'язки хвильових рівнянь (4), (5) для потенціалів падаючої $\varphi^{(0)}$ та відбитої $\varphi^{(1)}$ акустичної хвилі мають наступний вигляд

$$\varphi^{(0)} = A_0 e^{i\omega t} \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n i^n J_n(\omega r) \cos n\theta; \quad (11)$$

$$\varphi^{(1)} = e^{i\omega t} \sum_{n=0}^{\infty} B_n H_n^{(2)}(\omega r) \cos n\theta, \quad (12)$$

$$\text{де } \epsilon_n = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 2, & n > 0 \end{cases},$$

A_0 – амплітуда падаючої хвилі, $J_n(\omega r)$ – функція Бесселя, $H_n^{(2)}$ – функція Ханкеля n порядку другого роду, B_n – невідома функція.

Амплітуда падаючої хвилі A_0 була отримана коли приймалась умова, що гідродинамічний тиск падаючої хвилі p_0 на поверхні циліндричної оболонки дорівнює одиниці. Тоді в нашому разі

$$A_0 = -\frac{1}{i\omega} e^{-i\omega R}. \quad (13)$$

Після підстановки в систему рівнянь (1), яка описує рух циліндричної оболонки, загальних розв'язків хвильових рівнянь (11) та (12) враховуючи граничну умову (7) та співвідношення (6), (10) отримаємо співвідношення між компонентами переміщень u_n , w_n та невідомим коефіцієнтом B_n

$$\begin{aligned} & \left\{ \left[1 + \frac{h^2}{12R^2} \left(1 + \frac{e_{13}^2}{C_{11}^E \epsilon_{33}^s} \right) \right] n^2 - \frac{\rho_m c^2 \omega^2}{C_{11}^E} \right\} u_n + \left\{ n + \frac{h^2}{12R^2} \left(1 + \frac{e_{13}^2}{C_{11}^E \epsilon_{33}^s} \right) n^3 \right\} w_n = 0, \\ & \left\{ n + \frac{h^2}{12R^2} \left(1 + \frac{e_{13}^2}{C_{11}^E \epsilon_{33}^s} \right) n^3 \right\} u_n + \left\{ \left[1 + \frac{h^2}{12R^2} \left(1 + \frac{e_{13}^2}{C_{11}^E \epsilon_{33}^s} \right) \right] n^4 - \frac{\rho_m c^2 \omega^2}{C_{11}^E} \right\} w_n = \\ & = \frac{\rho c^2 Ri \omega}{C_{11}^E h} A_0 \in_n i^n J_n(\omega R) + \frac{\rho c^2 Ri \omega}{C_{11}^E h} B_n H_n^{(2)}(\omega R). \end{aligned} \quad (14)$$

Систему рівнянь (14) необхідно доповнити, після підстановки в граничну умову (8) загальних розв'язків хвильового рівняння (11), (12), рівнянням

$$w_n = \frac{A_0 \in_n i^n \frac{\partial J_n(\omega R)}{\partial R} + B_n \frac{\partial H_n^{(2)}(\omega R)}{\partial R}}{i\omega}. \quad (15)$$

де

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_n(\omega R)}{\partial R} &= \frac{n}{\omega R} J_n(\omega R) - J_{n+1}(\omega R); \\ \frac{\partial H_n^{(2)}(\omega R)}{\partial R} &= \frac{n}{\omega R} H_n^{(2)}(\omega R) - H_{n+1}^{(2)}(\omega R). \end{aligned} \quad (16)$$

Для знаходження коефіцієнта B_n необхідно знати вигляд функції Беселля n порядку та функції Ханкеля n порядку другого роду. Ці функції мають наступний вигляд:

$$H_n^{(2)}(z) = J_n(z) - iN_n(z), \quad (17)$$

де $J_n(z)$ – функція Беселля першого роду, $N_n(z)$ – функція Неймана.

Після знайдення коефіцієнта B_n не визиває ускладнень знаходження фізичних характеристик досліджуваного процесу, таких як, нормальне w та тангенціальне u переміщення точок серединної поверхні циліндричної оболонки

$$w = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A_0 \in_n i^n \left[\frac{n}{R} J_n(\omega R) - \omega J_{n+1}(\omega R) \right] + B_n \left[\frac{n}{R} H_n^{(2)}(\omega R) - \omega H_{n+1}^{(2)}(\omega R) \right]}{i\omega} \cos n\theta; \quad (18)$$

$$u = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{a_n} \frac{A_0 \in_n i^n \left[\frac{n}{R} J_n(\omega R) - \omega J_{n+1}(\omega R) \right] + B_n \left[\frac{n}{R} H_n^{(2)}(\omega R) - \omega H_{n+1}^{(2)}(\omega R) \right]}{i\omega} \sin n\theta; \quad (19)$$

гідродинамічного тиску p

$$p|_{r=R} = -i\omega \left[A_0 \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n i^n J_n(\omega R) \cos n\theta + \sum_{n=0}^{\infty} B_n H_n^{(2)}(\omega R \cos n\theta) \right] e^{i\omega t}; \quad (20)$$

та електричної напруги U_0 (нульова мода)

$$U_0 = -\frac{e_{13} d_{33} h}{\epsilon_{33}^s} (A_0 \epsilon_0 J_1(\omega R) + B_0 H_1^{(2)}(\omega R)) i. \quad (21)$$

Список використаних джерел:

1. Бабаев А.Э. Нестационарные волны в сплошных средах с системой отражающих поверхностей. – Киев: Наукова думка, 1990. – 176 с.
2. Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Методы решения интегральных уравнений с программами для ЭВМ. – Киев: Наукова думка, 1978. – 291 с.
3. Головчан В.Т., Кубенко В.Д., Шульга Н.А., Гузь А.Н., Гринченко В.Т. Пространственные задачи теории упругости и пластичности: В шести т. – Т. 5. Динамика упругих тел. – К.: Наукова думка, 1986. – 286 с.
4. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – М.: Физматгиз, 1962, 108 с.
5. Гринченко В.Т., Улитко А.Ф., Шульга Н.А. Электроупругость. Т. 5 – Механика связанных полей в элементах конструкций. – Киев: Наукова думка, 1989. – 280 с.
6. Диткин В.А., Прудников А.О. Справочник по операционному исчислению. – М.: Высшая школа, 1965. – 466 с.
7. Пьезокерамические преобразователи // Под. ред. С.И. Пугачева. – Л.: Судостроение, 1984. – 256 с.

Дідух Ю.В.

студентка,

Науковий керівник: Вовк Р.Б.

кандидат технічних наук, доцент,

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

АНАЛІЗ ОСНОВНИХ НЕДОЛІКІВ ТА РИЗИКІВ ПРИ КОРИСТУВАННІ СОЦІАЛЬНИМИ МЕРЕЖАМИ

Сучасний розвиток інформаційних технологій призвів до створення соціальних мереж, які є необхідним інструментом для обміну інформацією та ключем для досягнення успіху по розповсюдженню контенту в Інтернеті. Соціальна мережа – це програмний сервіс призначений для віртуальної взаємодії людей в групах, який їх забезпечує інструментами для спілкування такими як чат, блог, відео-конференція, доступ до спільних документів і т.д. Історично першою мережею була Classmates.com створена Ренді Конрадом [1].

Сучасною соціальною мережею, якою користуються багато користувачів є мережа Facebook [2], яка спочатку була створена для студентів Гарвардського університету. Згідно статистики [3] в цій соціальній мережі зареєстровано більше мільйона користувачів з різних країн світу. Соціальна мережа Вконтакте [4] створена Павлом Дуровим і на початку мала схожий інтерфейс до мережі