

$$50000 = 7000 \cdot \frac{2}{3} \cdot T^{\frac{3}{2}}; \quad T^{\frac{3}{2}} = \frac{50000}{7000} \cdot \frac{3}{2} = 10,71;$$

$$T = (10,71)^{\frac{2}{3}} = 4,86(\text{років}).$$

Відповідь: а) приріст капіталу за три роки становить 24 248,71 грошових одиниць; б) термін часу становить 4,86 років для того, щоб приріст капіталу становив 50 000 грошових одиниць [5].

Навівши приклади, навіть декількох, економічних задач, одразу можемо відмітити, що застосування економічного апарату (в нашому прикладі, інтегрального числення), значно спрощує можливість обчислень економічних показників та економить час. Тому використання визначеного інтеграла на практиці в економічних розрахунках безперечно є доцільним та необхідним.

Список використаних джерел:

1. М.В. Грисенко Математика для економістів: Методи й моделі, приклади й задачі: Навч. посібник. – К.: Либідь, 2007. – 720 с.
2. Барковський В.В., Барковська Н.В. Вища математика для економістів: 5-те вид. Навч. посіб. – К.: Центр учбової літератури, 2010. – 448 с.
3. Бевз Г.П. Математика: 11 кл.: підруч. для загальноосвіт. навч. закл.: рівень стандарту / Г.П. Бевз, В.Г. Бевз – 2-ге вид. – К.: Генеза, 2012. – 320 с.: іл. – Бібліограф.: с. 294.
4. Математика. Навчальна програма для 10–11 кл. загальноосвітн.навч. закл. (рівень стандарту) – Сайт МОНУ. – Режим доступу: <http://www.mon.gov.ua>.
5. Клепко В. Ю., Голець В. Л. Вища математика в прикладах і задачах: Навчальний посібник. 2-ге видання. – К.: Центр учбової літератури, 2009. – 594 с.
6. Колесников А.Н. Краткий курс математики для экономистов. – М., Инфра-М, 1998.

Лесик О.В.

студентка,

Національний педагогічний університет

імені М.П. Драгоманова;

учитель математики,

Спеціалізована школа I-III ступенів м. Києва № 120 з поглибленим вивченням предметів природничо-математичного циклу

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ, ЩО ЗВОДЯТЬСЯ ДО КВАДРАТНИХ РІВНЯНЬ

Навчити учнів розв'язувати задачі за допомогою складання рівнянь – одне з найважливіших завдань учителя математики.

З текстових задач у шкільному курсі математики найчастіше зустрічаються такі, в яких йдеться про трійки пов'язаних між собою величин: час, відстань і швидкість, маса, ціна і вартість і т. ін. Щоб навчити учнів розв'язувати такі

задачі, треба спочатку навчити їх встановлювати залежності між подібними трійками величин.

Отже, розглянемо такі задачі.

Задача 1

Колективне сільськогосподарське підприємство (КСП) мало засіяти 280 га до певного строку, але воно засівало щодня на 7 га більше, ніж було передбачено планом, і тому закінчило сівбу на 2 дні раніше строку. За скільки днів КСП закінчило сівбу?

Розв'язання:

I спосіб

Нехай КСП засівало щодня по x га; а мало засіяти $x - 7$ га; сівба тривала всього $\frac{280}{x}$ днів, а мала тривати $\frac{280}{x-7}$ днів. У задачі відомо, що КСП закінчило сівбу на 2 дні раніше строку, тому $\frac{280}{x}$ менше від $\frac{280}{x-7}$ на 2. Отже,

$$\frac{280}{x-7} - \frac{280}{x} = 2,$$

$$\text{Звідки, } x^2 - 7x - 980 = 0$$

$$x - 7 \neq 0; \quad x \neq 0$$

тоді, за теоремою Вієта, $x_1 x_2 = -980$; $x_1 + x_2 = 7$; $x_1 = 35$, $x_2 = -28$.

Від'ємне значення x задачу не може задовольняти, бо кількість гектарів не може бути від'ємною. Тому його відкидаємо. Залишається $x = 35$. по стільки гектарів засівали в КСП щодня. Всього засіяли 280 га, отже, сівба тривала $280:35=8$ (днів)

Відповідь: 8 днів.

II спосіб

Нехай сівба тривала x днів. КСП щодня засівало на 7 га більше, то за x днів воно засіяло на $7x$ га більше, ніж мало засіяти за x днів. Виходить, $7x$ га воно мало засіяти за 2 дні. Тоді за день воно мало засівати по $\frac{7}{2}x$ га. Крім того, воно

за день мало засівати по $\frac{280}{x+2}$ га. Отже, $\frac{7}{2}x = \frac{280}{x+2}$

$$x^2 + 2x - 80 = 0$$

$$x + 2 \neq 0$$

за теоремою Вієта $x_1 \cdot x_2 = 80$

$$x_1 + x_2 = -2$$

$$x_1 = 8, x_2 = -10.$$

Задачу задовольняє додатний корінь: 8 днів.

Відповідь: 8 днів.

Задача 2

Городню ділянку, що має форму прямокутника, одна сторона якого на 10 м більша за другу, потрібно огородити. Визначити довжину огорожі, якщо відомо, що площа ділянки дорівнює 1200 м^2 .

Розв'язання:

Нехай одна сторона прямокутника дорівнює x (м), тоді друга буде $(x+10)$ (м). Знаючи, що площа прямокутника обчислюється як добуток сторони на сторону, то маємо: $x(x+10) = 1200$. Отримали квадратне рівняння.

Розв'яжемо його. Маємо:

$$x^2 + 10x = 1200$$

$$x^2 + 10x - 1200 = 0$$

$$D = 10^2 - 4 \cdot (-1200) = 100 + 4800 = 4900$$

$$\sqrt{D} = 70$$

$$x_1 = \frac{-10+70}{2} = 30; \quad x_2 = \frac{-10-70}{2} = -40$$

або за теоремою Вієта маємо:

$$x_1 \cdot x_2 = -1200$$

$$x_1 + x_2 = -10, \text{ тому, } x_1 = 30; x_2 = -40$$

Другий розв'язок рівняння не беремо до уваги, оскільки довжина сторони прямокутника не може виражатися від'ємним числом.

Тому довжина огорожі

$$2x + 2(x+10) = 2 \cdot 30 + 2(30+10) = 60+80 = 140 \text{ (м)}$$

Відповідь: 140 м

Задача 3

Теплохід пройшов за течією річки 48 км і стільки ж проти течії і затратив на весь шлях 5 год. Визначити швидкість теплохода в стоячій воді, якщо швидкість течії річки 4 км/год.

Розв'язання:

Швидкість теплохода в стоячій воді приймаємо за x (км/год). Тоді його швидкість за течією річки буде $(x+4)$ (км/год), а швидкість проти течії $(x-4)$ (км/год). Значить, він пройде за течією 48 км за $\frac{48}{x+4}$ год і проти течії за

$\frac{48}{x-4}$ год. За умовою задачі маємо

$$\frac{48}{x+4} + \frac{48}{x-4} = 5$$

$$x+4 \neq 0$$

$$x-4 \neq 0$$

$$48(x-4) + 48(x+4) = 5(x-4)(x+4)$$

$$x+4 \neq 0$$

$$x-4 \neq 0$$

$$48x-192 + 48x+192 - 5x^2 + 80 = 0$$

$$x \neq 4$$

$$x \neq -4$$

$$5x^2 - 96x - 80 = 0$$

$$D = 96^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-80) = 9216 + 1600 = 10816$$

$$\sqrt{D} = 104$$

$$x_1 = \frac{96+104}{2 \cdot 5} = 20; \quad x_2 = \frac{96-104}{2 \cdot 5} = -\frac{4}{5}$$

Відкидаючи другий корінь, оскільки швидкість не може бути від'ємною, одержуємо, що швидкість теплохода в стоячій воді була 20 км/год .

Відповідь: 20 км/год

Задача 4

За 4 дні спільної роботи двох тракторів різними потужностями виорано

$\frac{2}{3}$ колгоспного поля. За скільки днів можна було б виорати все поле кожним

трактором окремо, якщо перший трактор може виорати все поле на 5 днів раніше, ніж другий.

Розв'язання:

Всю роботу приймаємо за одиницю. Припускаємо, що другим трактором можна виорати все поле за x днів, тоді першим трактором його можна виорати за $(x-5)$ днів.

Значить, за 4 дні другий трактор виоре $\frac{1}{x} \cdot 4 = \frac{4}{x}$ частин поля, а перший

$\frac{1}{x-5} \cdot 4 = \frac{4}{x-5}$ частину. Оскільки, це складає $\frac{2}{3}$ всього поля, тобто виконано

$\frac{2}{3}$ роботи, то отримуємо рівняння $\frac{4}{x} + \frac{4}{x-5} = \frac{2}{3}$

$$12(x-5) + 12x - 2x(x-5) = 0$$

$$x \neq 0$$

$$x-5 \neq 0$$

$$2x^2 + 34x - 60 = 0$$

$$x \neq 0, x \neq 5$$

$$x^2 + 17x - 30 = 0$$

За теоремою Вієта маємо:

$$x_1 = 15, x_2 = 2.$$

Другий корінь не відповідає умові задачі, оскільки $2-5=-3$.

Отже, другий трактор може виорати все поле за 15 днів, а перший за 10 днів.

Відповідь: 10 днів, 15 днів.

Задача 5

Два автомобілі виходять з одного міста в друге. Швидкість першого на 10 км/год більша за швидкість другого, і тому перший автомобіль приходить на місце на 1 год раніше за другий. Визначити швидкість обох автомобілів, якщо відомо, що відстань між містами 560 км .

Розв'язання:

Приймаємо швидкість другого автомобіля за x (км/год). Тоді швидкість першого буде $(x+10)$ (км/год). Значить, час руху першого автомобіля буде $\frac{560}{x}$ (км/год), а час руху другого $\frac{560}{x+10}$ (км/год).

За умовою задачі, перший автомобіль приходить раніше за другого на 1 год. Отже,

