

ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ НАУКИ

Долішняк Д.Ю.

студент,

Науковий керівник: Васишин Т.В.

доцент,

*Прикарпатський національний університет
імені Василя Стефаника*

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В РОЗВ'ЯЗУВАННІ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ

Математичне моделювання – це потужний метод досліджування й оцінювання ефективності різноманітних систем. Аналіз математичної моделі дозволяє проникнути в суть досліджуваних явищ. Не має такої сфери життя і діяльності людини, де б не використовувалися математичні моделі. Історія методології математичного моделювання запевняє: вона може і повинна бути інтелектуальним ядром інформаційних технологій всього процесу інформатизації суспільства. Моделювання у навчанні природничих предметів, зокрема в процесі розв'язування задач, є матеріалізованою формою продуктивної розумової діяльності студентів, а самі моделі – як засоби її здійснення.

Математичне моделювання допомагає розв'язати будь-яку задачу, в тому числі прикладну. За допомогою математичної моделі ми навіть зможемо визначити скільки фарби потрібно, щоб пофарбувати паркан і т.д.

Математичні моделі процесів, визначені символічними функціональними залежностями, досліджують з використанням математичного аналізу. Встановлюється область визначення та область зміни функції, яка описує процес. Для складних процесів бажано проводити аналіз графіка процесу.

При математичному моделюванні визначають характерні особливості процесів. Головні з них це – зміни функцій та кількісні показники. Процес описується зростаючою функціональною залежністю, коли його значення збільшується при зростанні аргументу. Спадає функція зменшує свої значення при збільшенні аргументу. Інформацію про вид

залежності одержують, аналізуючи похідну функції. Якщо похідна є додатною, то функція зростає. Спадає функція має від'ємну похідну.

Наведемо приклади, де покажемо застосування похідної для розв'язування прикладних задач.

Приклад 1. Із квадратного листа заліза, сторона якого дорівнює 30 см, потрібно вирізати по краях такі чотири квадрати, щоб після згинання країв отримати ящик найбільшої місткості.

Розв'язання

Позначимо через x довжину сторони того квадрата, який слід відрізати, а через V об'єм ящика.

$$\text{Тоді } V = (30 - 2x)(30 - 2x)x = x(30 - 2x)^2.$$

Потрібно знайти таке x , щоб функція $V(x)$ набувала найбільшого значення. Обчислимо похідну цієї функції:

$$V'(x) = -4(30 - 2x)x + (30 - 2x)^2 = (30 - 2x)(30 - 6x).$$

Знайдемо критичні точки, тобто похідну функції прирівнюємо до нуля:

$$(30 - 2x)(30 - 6x) = 0.$$

Розв'язавши одержане рівняння, отримаємо:

$$x_1 = 15, x_2 = 5.$$

Точка $x_1 = 15$ не задовольняє умову задачі, бо похідна в цій точці дорівнює нулю.

При $x_2 = 5$ функція $V(x)$ має максимум, так як похідна при переході аргумента через цю точку змінює знак з плюса на мінус.

Отже, значення функції V у цій точці – це і є найбільший об'єм ящика.

$$V = (30 - 10)^2 \cdot 5 = 2000 \text{ см}^3.$$

З погляду фізики похідна має таке тлумачення:

- а) швидкість руху $V = S'(t)$, де S – шлях, t – час;
- б) лінійна густина $\gamma = m'(l)$, де m – маса стержня, l – довжина;
- в) сила струму $I = Q'(t)$, Q – кількість електрики, що проходить через провідник, t – час;
- г) теплосмність $C = \omega'(t)$, де ω – кількість теплоти, t – температура.

При дослідженні процесів та систем механіки розглядають скалярні поля густини середовища, розподілу температури чи концентрації речовини. Векторне поле утворюють швидкості частинок рухомої рідини, потоки тепла. Неперервні скалярні та векторні поля

досліджуються з використанням диференціальних операцій над скалярними та векторними функціями, які називаються диференціальними операторами поля.

Приклад 2. Насос подає воду в циліндричний бак, діаметр якого 6 дм. Висота підйому води збільшується на 1 дм щосекунди. Знайти швидкість наповнення бака.

Розв'язання

Шукана швидкість є швидкістю змінювання об'єму води за секунду:

$$v = \pi r^2 h'(t).$$

Обчислимо похідну цієї функції:

$$v'(t) = \pi r^2 h'_t.$$

За умовою задачі $h'_t = 1$, $r = \frac{d}{2} = \frac{6}{2} = 3$ дм.

Підставляємо наші значення:

$$v' = \pi \cdot 3^2 \cdot 1 = 9 \cdot \pi \approx 28.3 - \text{швидкість наповнення бака.}$$

Слід зазначити також, що математичне моделювання – це метод дослідження процесів або явищ шляхом створення їхніх математичних моделей і дослідження цих моделей. Завдяки можливості оперативного дослідження процесів важкодоступних і недоступних для реального експериментування математичне моделювання все більше і більше знаходить своє застосування в областях, здавалося б далеких від математики і природничих наук. Воно широко використовується і в криміналістиці, і в лінгвістиці, і в соціології, і цей список можна продовжувати і продовжувати.

Академік А.А. Самарський говорить про незамінності математичного моделювання для вирішення найважливіших проблем науково-технічного та соціально-економічного прогресу, підкреслює значення математичного моделювання як методології розробки наукомістких технологій і виробів.

Список використаних джерел:

1. Акчурина І.А., Веденов М.Ф., Сачков Ю.В. Пізнавальна роль математичного моделювання. – М., 1968. – С. 11-15.
2. Рад Б.Я., Яковлев С.А. Моделювання систем. – М.: Вища школа, 1998. – 22 с.
3. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика. Збірник задач. – К.: А.С.К., 2001. – 221 с.