Тичина В.О.
магістрантка;
Семенець Л.М.
кандидат педагогічних наук, доцент,
Житомирський державний університет імені Івана Франка

ВИЗНАЧЕННЯ КУТА НАХИЛУ ТІЛА ЗА ДОПОМОГОЮ ОБРОБКИ ДАНИХ ДАТЧИКА АКСЕЛЕРОМЕТРА

Інерціальні датчики, такі як акселерометр та гіроскоп застосовуються в різних пристроях, зокрема в стабілізуючих платформах, у системах реєстрації падіння, у видах спорту для контролю технік виконання поставлених завдань, а також як компоненти біотехнічних приладів, що дозволяють виконувати моніторинг ходьби та постави для виявлення порушень. Дані пристрої, як правило, визначають положення сегментів тіла в просторі завдяки реєстрації кута нахилу датчиків відносно початкового положення.

Мета дослідження полягає в реалізації методу визначення кута нахилу тіла за даними датчика акселерометра.

Акселерометр вимірює різницю між лінійним прискоренням у системі відліку акселерометра та значенням прискорення гравітаційного поля Землі g. У роботі дотримується умова про те, що значення на виході акселерометра є від'ємним, що відповідає значенню +1 g по кожній осі, співнапрямленій з полем тяжіння Землі. Згідно цього

трьохосьовий акселерометр, який розташований в гравітаційному полі Землі й зазнає лінійного прискорення a_p буде мати вихідний сигнал G_p:

$$G_p = \begin{pmatrix} G_{px} \\ G_{py} \\ G_{pz} \end{pmatrix} = R \times (g - a_p) \quad (1)$$

де G_{px}, G_{py}, G_{pz} – вихідні дані акселерометра відносно осей x, y, z відповідно;

R – матриця обертання.

Для знаходження матриці обертання R допускається, що акселерометр не має лінійного прискорення. Знайдемо вихідний сигнал акселерометра G_p, коли гравітаційне поле Землі направлене вздовж осі Oz:

$$G_p = \begin{pmatrix} G_{px} \\ G_{py} \\ G_{pz} \end{pmatrix} = R \times g = R \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

Орієнтація акселерометра може бути визначена під час обертання його системи координат навколо осей Ox, Oy та Oz. Матриці обертання R_x, R_y, R_z, які характеризують перетворення вектора гравітаційного прискорення g при повороті системи координат акселерометра на кут φ навколо осі Ox, на кут θ навколо осі Oy та на кут ψ навколо осі Oz, можуть бути виражені відповідно до формул (3-5):

$$R_x(\varphi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos\varphi & sin\varphi \\ 0 & -sin\varphi & cos\varphi \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$R_y(\theta) = \begin{pmatrix} cos\theta & 0 & -sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ sin\theta & 0 & cos\theta \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$R_z(\psi) = \begin{pmatrix} cos\psi & sin\psi & 0 \\ -sin\psi & cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Для визначення кутів обертання обрано послідовність x, y, z, оскільки при такому порядку обертання нормалізований вихідний сигнал акселерометра G_p буде залежати лише від кутів φ та θ відповідно до формули (6).

$$\frac{G_p}{\|G_p\|} = \begin{pmatrix} \frac{G_{px}}{\|G_p\|} \\ \frac{G_{py}}{\|G_p\|} \\ \frac{G_{pz}}{\|G_p\|} \end{pmatrix} = R_{xyz} \times g = R_{xyz} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = R_x(\varphi)R_y(\theta)R_z(\psi) \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} cos\theta cos\psi & cos\theta sin\psi & -sin\theta \\ cos\psi sin\varphi sin\theta - cos\varphi sin\psi & sin\varphi sin\theta sin\psi + cos\varphi cos\psi & cos\theta sin\varphi \\ cos\varphi sin\theta cos\psi + sin\varphi sin\psi & cos\varphi sin\theta sin\psi - sin\varphi cos\psi & cos\theta cos\varphi \end{pmatrix} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -sin\theta \\ cos\theta sin\varphi \\ cos\theta cos\varphi \end{pmatrix} \quad (6)$$

де $\|G_p\|$ – норма вектора прискорення, виміряного акселерометром, R_{xyz} – матриця, яка характеризує перетворення вектора гравітаційного прискорення g при послідовному повороті системи координат акселерометра на кут φ навколо осі Ox, на кут θ навколо осі Oy та на кут ψ навколо осі Oz.

На основі формули (6) кути обертання φ та θ знаходяться відповідно до формул (7, 8):

$$\varphi_{xyz} = arctan\left(\frac{G_{py}}{G_{pz}}\right), \quad (7)$$

$$\theta_{xyz} = arctan\left(\frac{-G_{px}}{G_{py}sin\varphi + G_{pz}cos\varphi}\right) = arctan\frac{-G_{px}}{\sqrt{G_{py}^2 + G_{pz}^2}}, \quad (8)$$

Труднощі в застосуванні цих формул полягають у тому, що вони мають нескінченну кількість розв'язків для кутів кратних 360°. Потрібно обмежити діапазон значень кутів від – 180° до +180°:

$$\begin{pmatrix} -sin(\pi - \theta) \\ cos(\pi - \theta)sin(\varphi + \pi) \\ cos(\pi - \theta)\cos(\varphi + \pi) \end{pmatrix} = \begin{matrix} -sin\theta \\ cos\theta sin\varphi, \\ cos\theta\cos\varphi \end{matrix} \quad (9)$$

Вираз (9), отриманий при обертанні на кут π – φ навколо осі Ox, на кут π – θ навколо осі Oy після застосування тригонометричних перетворень, рівний виразу при обертанні на кут φ навколо осі Ox, на кут θ навколо осі Oy. У цьому випадку додатково обмежити кут θ в діапазоні від –90° до +90°. У ході написання програмного коду може використовуватися функція atan2.

Для знаходження кута φ формула (9) має область. Зворотня тангенціальна функція визначена для усіх значень G_{py} та G_{pz}, окрім нуля. Ця умова виникає, коли вісь Ox акселерометра направлена вертикально вниз або вверх. У цьому положенні відбувається обертання навколо вектора гравітаційного поля, який не може бути визначений акселерометром.

Застосування умови (10) вказує на те, що неможливо одночасно обнулити чисельник та знаменник формули (8).

$$G_{px}{}^2 + G_{py}{}^2 + G_{pz}{}^2 = 1g, \tag{10}$$

Тому, щоб уникнути випадку рівності знаменника нулю, потрібно застосувати формулу (8) для визначення кута θ та її перетворення шляхом множення показника акселерометра відносно осі Ox на коефіцієнт η:

$$\varphi_{xyz} = arctan\frac{G_{py}}{sign(G_{pz})\sqrt{G_{pz}^2+\eta G_{px}^2}}, \tag{11}$$

де $sign(G_{pz})$ – функція, яка дорівнює +1 (у випадку додатнього значення G_{pz}) та – 1 (у випадку від'ємного значення G_{pz}), η – коефіцієнт, який корегує похибку вимірювання кута φ при наближенні значення до 90°.

Підсумовуючи вищезазначене, зауважимо, що похибка у визначенні кута φ зростає при наближенні значення до 90°. У процесі написання програмного коду може бути обране значення η, що дорівнює 0,001 і забезпечує достатню точність розрахунків. Перспективою наших подальших досліджень є реалізація методу визначення кута нахилу тіла за даними датчика гіроскопа, а також порівняння розрахунків кутів, отриманих на основі акселерометра та гіроскопа.

Список використаних джерел:

1. Waluyo T. P., Ansori A. A Review of Accelerometer Sensor and Gyroscope Sensor in IMU Sensors on Motion Capture / ResearchGate. 2019. URL: https://www.researchgate.netpublication/337154714.2

2. Pedley M. Tilt Sensing Using a Three-Axis Accelerometer / NXP Semiconductors. 2013. URL: https://www.nxp.com/files-static/sensors/doc/app_note/AN3461.pdf

3. Arduino and MPU6050 Accelerometer and Gyroscope Tutorial. URL: https://howtomechatronics.com/tutorials/arduino