

$$v_{max}^2 \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \approx v_{m,n}^2. \quad (16)$$

В результаті спостережувану частоту випромінювання можна записати, як твір частоти  $\Omega_o$  і розкладання в спектр квадрата швидкості коливань електрона (15), поділеного на квадрат швидкості світла  $\omega = \Omega_o 0,5 v_{m,n}^2 / c^2$ .

Спектр атома водню, у такому разі, представляє спостережувані частоти випромінювання електрона атома що відповідають гармонійним складовим квадрата швидкості коливань електрона в атомі

$$\omega = \Omega - \Omega_o = \Omega_o \frac{0,5 v_{m,n}^2}{c^2}, \text{ где } v_{m,n}^2 \approx v_m^2 \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (17)$$

Залежність спостережуваної частоти випромінювань електронів атомів від частоти динамічного поля електрона  $\Omega_o$ , підтверджує динамічну суть електричного поля електронів і заряджених часток взагалі.

Якщо викладені ідеї викличуть інтерес, автор готовий поділитися рівняннями динамічного поля, його властивостями і зв'язком з випромінюваннями атома.

### Список використаних джерел:

1. Попенко В. Й. Частота електрона. Тези для наукової конференції «Актуальні питання сучасної науки», 2014.
2. Klemperer O. On the Annihilation Radiation of the positron, Proc. Camber. Phil. Soc. 30, 347 (1934).
3. Вихман Э. Квантова фізика. Видання 2-е, стереотипне. Головна редакція фізико-математичної літератури вид-во «Наука», 1977.
4. Шпольский Э. В., Атомна фізика, т. 1, Введення в атомну фізику, видавництво «Наука» 575 (1974).

### Попенко В.Й.

*старший науковий співробітник,*

*Науково-виробнича корпорація «Київський інститут автоматики»*

### РІВНЯННЯ ДИНАМІЧНОГО ПОЛЯ ЕЛЕКТРОНА

Амплітуда динамічного поля електрона висуненого в [1], сферично симетрична функція координат  $\mathbf{E}_r = \mathbf{r} \frac{e}{r^3}$  гармонійно залежна від часу з частотою  $\Omega_o$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_r \psi(t) = \mathbf{r} \frac{e}{r^3} \exp i(\Omega_o t + \varphi_0). \quad (1)$$

Динамічне поле частоти  $\Omega_o$ , згідно (10)[1] не має періодичної структури в просторі, його фаза постійна в усій області існування.

Являючись, по суті, електричним, динамічне поле електрона, також як і складові електромагнітного поля класичної електродинаміки  $\ddot{\mathbf{E}} - c^2 \nabla^2 \mathbf{E} = 0$ ,  $\ddot{\mathbf{H}} - c^2 \nabla^2 \mathbf{H} = 0$ , [2] повинно відповідати диференціальному рівнянню другого порядку.

Диференціюючи рівняння (1) двічі за часом отримаємо

$$\ddot{\mathbf{E}} = \mathbf{E}_r (i\Omega_o)^2 \exp(i\Omega t) = -\Omega_o^2 \mathbf{E}, \text{ или } \ddot{\mathbf{E}} + \Omega_o^2 \mathbf{E} = 0. \quad (2)$$

Дивергенція, і ротор амплітуди поля згідно з правилами векторного аналізу  $\mathbf{E}_r = e\mathbf{r}/r^3$  дорівнюють нулю

$$\operatorname{div}\mathbf{E}_r = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^3 \frac{e}{r^3}) = 0, \operatorname{rot}\mathbf{E}_r = \operatorname{rot}(\operatorname{grad}\varphi) = 0, \text{ як наслідок}$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{E} - \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{E} = 0. \quad (3)$$

Додавання  $\nabla^2 \mathbf{E} = 0$  до рівняння (2) не порушує його рівності, в результаті диференціальне рівняння динамічного поля отримаємо у вигляді

$$\ddot{\mathbf{E}} + \Omega_0^2 \mathbf{E} - c^2 \nabla^2 \mathbf{E} = 0. \quad (4)$$

Частота динамічного поля електрона  $\Omega$ , що рухається, відрізняється від  $\Omega_0$ . Друга похідна його за часом буде рівна  $\ddot{\mathbf{E}} = -\Omega^2 \mathbf{E}$ .

Підставляючи її в рівняння (4)  $-\Omega^2 \mathbf{E} + \Omega_0^2 \mathbf{E} - c^2 \nabla^2 \mathbf{E} = 0$  знаходимо

$$\nabla^2 \mathbf{E} = -\mathbf{E} \frac{(\Omega^2 - \Omega_0^2)}{c^2} = -k^2 \mathbf{E}, \text{ где } k^2 = \frac{(\Omega^2 - \Omega_0^2)}{c^2}. \quad (5)$$

Рішення рівняння  $\nabla^2 \mathbf{E} = -k^2 \mathbf{E}$ , для електрона що рухається в довільному напрямі  $x$ , тривіально

$$\mathbf{E} = \mathbf{r} \frac{e}{r^3} \cdot \exp i(\pm kx) = \mathbf{E}_{(r)} \cdot \exp i(\pm kx).$$

Вибираючи знак мінус, що відповідає напрямі руху електрона, і помноживши на часовий множник  $\psi(t)$  з (1), отримаємо рівняння динамічного поля електрона рухається з постійною швидкістю в напрямі  $x$

$$\mathbf{E} = \mathbf{r} \frac{e}{r^3} \cdot \exp(i\Omega t) \exp i(-kx) = \mathbf{E}_{(r)} \exp i(\Omega t - kx) = \mathbf{E} \psi(t, x) = \mathbf{E} \psi. \quad (6)$$

Поле (6) має характер хвилі, що поширюється у напрямі руху електрона. Рівняння поля представляє твір амплітуди поля  $\mathbf{E}_{(r)} = \mathbf{r} \frac{e}{r^3}$  і хвилевої функції поля  $\psi$ , яка дорівнює

$$\psi = \psi(t, x) = \exp i(\Omega t - kx) \quad (7)$$

Для детального аналізу динамічного поля електрона, що рухається з постійною швидкістю, диференціюємо за часом і координатам рівняння (6), згідно з правилами векторного аналізу

$$\frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{E} \psi) = \mathbf{E} \dot{\psi} - \psi (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{E}, \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\mathbf{E} \psi) = \mathbf{E} \ddot{\psi} - 2\dot{\psi} (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{E} + \psi (\mathbf{v} \nabla)^2 \mathbf{E}; \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \nabla^2 (\mathbf{E} \psi) &= \nabla \nabla \mathbf{E} \psi - \nabla \times \nabla \times \mathbf{E} \psi = \psi \nabla \nabla \mathbf{E} + \nabla \psi \nabla \mathbf{E} + (\nabla \psi \nabla) \mathbf{E} + (\mathbf{E} \nabla) \nabla \psi + \\ &\nabla \psi \times (\nabla \times \mathbf{E}) + \mathbf{E} \times (\nabla \times \nabla \psi) - \psi \nabla \times \nabla \times \mathbf{E} + \nabla \psi \times (\nabla \times \mathbf{E}) + (\mathbf{E} \nabla) \nabla \psi - \\ &(\nabla \psi \nabla) \mathbf{E} + \nabla \psi \nabla \mathbf{E} - \mathbf{E} \nabla^2 \psi = \\ &= \mathbf{E} \nabla^2 \psi + 2(\nabla \psi \nabla) \mathbf{E} + \psi (\nabla \nabla \mathbf{E} - \nabla \times \nabla \times \mathbf{E}) = \mathbf{E} \nabla^2 \psi + 2(\nabla \psi \nabla) \mathbf{E} + \psi \nabla^2 \mathbf{E}. \end{aligned} \quad (9)$$

Підставляючи результати диференціювання в (4) отримаємо

$$\frac{1}{c^2} \mathbf{E} \ddot{\psi} - \frac{2}{c^2} \dot{\psi} (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{E} + \frac{1}{c^2} \psi (\mathbf{v} \nabla)^2 \mathbf{E} + \frac{\Omega_0^2}{c^2} \mathbf{E} \psi - \mathbf{E} \nabla^2 \psi - 2(\nabla \psi \nabla) \mathbf{E} - \psi \nabla^2 \mathbf{E} = 0. \quad (10)$$

Згрупуємо доданки (10) по мірі їх зменшення з відстанню  $r$

$$\mathbf{E} [\frac{1}{c^2} \ddot{\psi} + \frac{\Omega_0^2}{c^2} \psi - \nabla^2 \psi] \propto \frac{1}{r^2}; 2[\frac{1}{c^2} \dot{\psi} (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{E} + (\nabla \psi \nabla) \mathbf{E}] \propto \frac{1}{r^3}; \psi [\frac{1}{c^2} (\mathbf{v} \nabla)^2 \mathbf{E} - \nabla^2 \mathbf{E}] \propto \frac{1}{r^4}.$$

$$\mathbf{E} [\frac{1}{c^2} \ddot{\psi} + \frac{\Omega_0^2}{c^2} \psi - \nabla^2 \psi] - 2[\frac{1}{c^2} \dot{\psi} (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{E} + (\nabla \psi \nabla) \mathbf{E}] + \psi [\frac{1}{c^2} (\mathbf{v} \nabla)^2 \mathbf{E} - \nabla^2 \mathbf{E}] = 0. \quad (11)$$

Унаслідок різної міри залежності від  $r$  сума (11), дорівнюватиме нулю тільки у тому випадку, коли кожна її група окремо дорівнюватиме нулю. В результаті рівняння (11) розпадається на три окремі рівняння

$$\mathbf{E} [\frac{1}{c^2} \ddot{\psi} + \frac{\Omega_0^2}{c^2} \psi - \nabla^2 \psi] = 0 \quad (12)$$

$$2\left[\frac{1}{c^2}\dot{\psi}(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{E} + (\nabla\psi\nabla)\mathbf{E}\right] = 0 \quad (13)$$

$$\psi \left[\frac{1}{c^2}(\mathbf{v}\nabla)^2\mathbf{E} - \nabla^2\mathbf{E}\right] = 0. \quad (14)$$

Після ділення на  $\mathbf{E}$ , рівняння (12), перетворюється на диференціальне рівняння, якому відповідає хвилева функція динамічного поля електрона, що рухається, що називається рівнянням Клейна – Гордона, якому задовольняють хвилі де Бройля вільних релятивістських часток

$$\ddot{\psi} + \Omega_0^2 \psi - c^2 \nabla^2 \psi = 0. \quad (15)$$

Коливання динамічного поля в результаті руху електрона, набувають характеру плоскої хвилі, з періодичною структурою у напрямі його руху.

У рівнянні (13), виконав диференціювання  $\psi$  за часом  $\dot{\psi} = i\Omega\psi$ , і враховуючи, що  $(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{E} = v(\mathbf{x}_o\nabla)\mathbf{E}$ , перший доданок перетворимо до виду

$$\frac{1}{c^2}\dot{\psi}(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{E} = \frac{v\Omega}{c^2} i\psi(\mathbf{x}_o\nabla)\mathbf{E}.$$

Виконав диференціювання  $\nabla\psi = -\mathbf{x}_o ik\psi$ , другий доданок запишемо

$$(\nabla\psi\nabla)\mathbf{E} = -ik\psi(\mathbf{x}_o\nabla)\mathbf{E}.$$

Підставимо ці перетворення в рівняння (13)

$$\frac{v\Omega}{c^2} i\psi(\mathbf{x}_o\nabla)\mathbf{E} - ik\psi(\mathbf{x}_o\nabla)\mathbf{E} = 0.$$

Скорочуючи на  $i\psi(\mathbf{x}_o\nabla)\mathbf{E}$ , знайдемо залежність хвильового вектору від швидкості електрона

$$\left(\frac{v\Omega}{c^2} - k\right) = 0, \text{ звідкіля } k = \frac{\Omega v}{c^2}. \quad (16)$$

Прирівнявши хвильовий вектор  $k$  з (16) і його значення (5), отримаємо залежність частоти динамічного поля від швидкості руху електрона

Частота динамічного поля електрона, що рухається, отримана в результаті аналізу диференціального рівняння динамічного поля (17), в точності дорівнює частоті електрона, отриманою підстановкою у формулу частоти електрона [1] залежності його маси від швидкості руху.

Хвильовий вектор хвилі динамічного поля електрона (16), що рухається, підстановкою частоти динамічного поля  $\Omega = mc^2/\hbar$  перетворюється на хвильовий вектор квантово-механічної хвильової функції електрона

$$k = \frac{\Omega v}{c^2} = \frac{v}{c^2} \frac{mc^2}{\hbar} = \frac{mv}{\hbar} = \frac{p}{\hbar}.$$

Довжина хвилі динамічного поля електрона  $\lambda$ , що рухається, дорівнює довжині хвилі Де – Бройля електрона, тобто довжині хвилі квантово-механічної хвильової функції електрона

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{p} = \lambda_{\text{дБ}}.$$

Адекватність хвильової функції, що описує хвилю, по суті, класичного динамічного поля електрона і хвильової функції електрона квантової фізики, з гіпотези де Бройля про хвилі матерії, пояснює прояв хвильових властивостей у взаємодії електронів. Дифракція, інтерференція, електронів, пояснювані в квантовій фізиці хвилю вірогідності де Бройля електрона, є проявом класичних хвильових взаємодій динамічних полів електронів.

У рівнянні (14) скорочуючи на множник  $\psi$ , отримаємо диференціальне рівняння амплітуди динамічного поля електрона, що рухається

$$\frac{1}{c^2} (\mathbf{v}\nabla)^2 \mathbf{E} = \nabla^2 \mathbf{E}. \quad (18)$$

Враховуючи, що  $\mathbf{v} = \mathbf{x}_o v$  здійснимо диференціювання лівої частини рівняння, згідно з правилами векторного аналізу

$$\frac{v^2}{c^2} (\mathbf{x}_o \nabla)^2 \mathbf{E} = \frac{3e v^2}{r^4 c^2} (2\mathbf{x}_o \cos\theta + \mathbf{r}_o - 5\mathbf{r}_o \cos^2\theta). \quad (19)$$

Дія оператора  $\nabla^2$ , на амплітуду поля  $\mathbf{E}(r)$  в правій частині (19), згідно (3) дорівнює нулю, звідки витікає, що амплітуда поля  $\mathbf{E}(r)$  електрона, що рухається, також повинна зазнавати зміни.

Амплітуду, що відповідає рівнянню (18), знайдемо методом послідовного наближення.

Помножимо  $\mathbf{E}(r)$  на деяку скалярну функцію  $\xi'$ , таку щоб

$$\frac{\partial}{\partial t} \xi' = 0, \nabla^2 [\mathbf{E}(r)\xi'] \propto (2\mathbf{x}_o \cos\theta + \mathbf{r}_o - 5\mathbf{r}_o \cos^2\theta).$$

Поставленим вимогам в належній мірі задовольняє функція

$$\xi' = \cos^2\theta = (\mathbf{r} \cdot \mathbf{x}_o)^2 / r^2.$$

Подіємо на твір  $\mathbf{E}(r)\cos^2\theta$  оператором  $\nabla^2$ . Упускаючи громіздкі викладення, отримуємо

$$\nabla^2 [\mathbf{E}(r)\cos^2\theta] = -\frac{2e}{r^4} (2\mathbf{x}_o \cos\theta + \mathbf{r}_o - 5\mathbf{r}_o \cos^2\theta). \quad (20)$$

Щоб результати диференціальних операцій (19) і (20) були адекватні, помножимо  $\xi' = \cos^2\theta$  на  $-3v^2/2c^2$

$$\nabla^2 \left[ \mathbf{E}(r) \left( -\frac{3v^2}{2c^2} \cos^2\theta \right) \right] = \frac{3e v^2}{r^4 c^2} (2\mathbf{x}_o \cos\theta + \mathbf{r}_o - 5\mathbf{r}_o \cos^2\theta). \quad (21)$$

Множник  $3v^2/2c^2$  зменшує величину амплітуди поля. Для її збереження додамо до функції  $-\frac{3v^2}{2c^2} \cos^2\theta$  одиницю, яка не вплине на результат диференціювання (21).

Після множення амплітуди динамічного поля електрона, що рухається, на функцію  $(1 - \frac{3v^2}{2c^2} \cos^2\theta)$ , досягається рівність дії диференціальних операторів правої і лівої частини рівняння (18).

$$\nabla^2 [\mathbf{E}(r) (1 - \frac{3v^2}{2c^2} \cos^2\theta)] = \frac{v^2}{c^2} (\mathbf{x}_o \nabla)^2 \mathbf{E}. \quad (22)$$

Функція  $(1 - \frac{3v^2}{2c^2} \cos^2\theta)$  може бути першими членами розкладання в ряд по степенях функції  $(1 - \frac{v^2}{c^2} \cos^2\theta)^{\frac{3}{2}}$  в результаті амплітуду динамічного поля електрона, що рухається, запишемо в наступному вигляді

$$\mathbf{E}'(r) = \mathbf{E}(r) (1 - \frac{v^2}{c^2} \cos^2\theta)^{\frac{3}{2}} \quad (23)$$

Множник  $(1 - \frac{v^2}{c^2} \cos^2\theta)^{\frac{3}{2}}$  амплітуди  $\mathbf{E}'(r)$  динамічного поля, електрона, що рухається, необхідність якого продиктована вимогами диференціального рівняння (14), викликає зниження його амплітуди попереду і ззаду по осі руху електрона, пропорційне  $v^2/c^2$ . Сферична конфігурація поля деформується в еліпсоїдну. Поле як би стискається по осі руху електрона.

Якщо вважати, що суть електрона, як фізичного об'єкту, полягає в його полі, стискування поля по осі руху електрона адекватно скороченню лінійних розмірів фізичних об'єктів, передбачуваного СТО.

В результаті аналізу диференціальних рівнянь динамічного поля електрона встановлено, що сферично симетричне поле електрона що покоїться  $\mathbf{E} = \mathbf{E}(r) \cdot \psi(t)$ , при русі електрона трансформується в хвилеве поле.

Сферично симетрична амплітуда його, стискаючись по осі руху електрона, придбає еліпсоїдну конфігурацію.

Експоненціальний множник, залежності динамічного поля від часу перетворюється на хвильовий множник, що описує плоску хвилю, яка поширюється у напрямі руху електрона.

Все це відображує рівняння динамічного поля електрона, що рухається

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}'(r) \cdot \psi(t, x) = \mathbf{E}(r) \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \cos^2 \theta\right)^{\frac{3}{2}} \exp i(\Omega t - kx). \quad (24)$$

Якщо ідеї динамічного поля електрона здобудуть інтерес читачів, автор готовий поділитися деякими його характерними властивостями співпадаючими з властивостями, якими наділяє електрон квантова фізика.

#### Список використаних джерел:

1. Попенко В. И. Динамічне поле електрона. Тези для наукової конференції «Актуальні питання сучасної науки», 2014.
2. Джексон Д ж. Класична електродинаміка, М. : Світ, 1965.
3. Крауфорд Ф. Хвилі, видавництво «Наука», 528 (1974).