ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ НАУКИ

Попенко В.Й.
старший науковий співробітник,
Науково-виробнича корпорація «Київський інститут автоматики»

ІНВАРІАНТНІСТЬ ЗНАКУ ЗАРЯДУ ДИНАМІЧНОГО ПОЛЯ ЕЛЕКТРОНА

Знак заряду в динамічному уявленні поля електрона згідно (2), [1] визначається фазою коливань динамічного поля

$$\pm q = q\ exp\ i(\Omega_0 t + \varphi_0);\ \text{для}\ -q, \varphi_0 = 0;\ \text{для}\ +q,\ \varphi_0 = \pi. \quad (1)$$

Фаза є інтегралом частоти $\varphi = \int \Omega dt$ [2].

Для електрона, що покоїться, фаза коливань заряду відповідно рівна

$$\varphi = \int\ \Omega_0 dt = \Omega_0 t + \varphi_0 = \Omega_0 t. \quad (2)$$

Інваріантність знаку заряду електрона тобто його постійність вимагає, щоб фаза коливань заряду була однаковою для усіх електронів, не залежно від того рухаються вони або покояться.

Визначимо фазу коливань заряду електрона, що рухається, у власній системі координат. Для цього перетворимо хвилеву функцію (7), [3] динамічного поля електрона $\psi(t,x) = \exp i(\Omega t - kx)$ до системи координат $x' = x + vt$, що рухається спільно з електроном

$$\psi'(t,x') = \exp i\ [(\Omega - kv)t - kx']. \quad (3)$$

Підставляючи $k = \frac{\Omega v}{c^2}$ з (16), [3], у від'ємник kv круглих дужок експоненти отримуємо

$$\psi'(t,x') = \exp i\ [(\Omega - \frac{\Omega v}{c^2} v)t - kx'] = \exp i\ [\Omega\ (1 - \frac{v^2}{c^2})\ t - kx']. \quad (4)$$

У власній системі координат електрон розташовується в точці $x' = 0$. Хвилева функція (3), що описує коливання динамічного поля електрона, що рухається, в точці розташування електрона $x' = 0$, залежить тільки від часу

$$\psi'(t, x' = 0) = \exp i\Omega\ (1 - \frac{v^2}{c^2})t = \exp i\Omega'\ t. \quad (5)$$

Частоту динамічного поля електрона Ω' у точці миттєвого розташування його заряду $x' = 0$, знайдемо, підставляючи залежність частоти динамічного поля електрона Ω від швидкості його руху

$$\Omega' = \Omega(1 - \frac{v^2}{c^2}) = \Omega_0(1 - \frac{v^2}{c^2})^{-0.5}\ (1 - \frac{v^2}{c^2}) = \Omega_0(1 - \frac{v^2}{c^2})^{0.5} \approx \Omega_0 - 0.5\Omega_0 \frac{v^2}{c^2}. \quad (6)$$

Інтегруючи частоту Ω' за часом вичислимо фазу φ' коливань динамічного заряду електрона, що рухається

$$\varphi' = \int \Omega' dt = \int \left(\Omega_0 - 0.5\Omega_0 \frac{v^2}{c^2}\right) dt = \Omega_0 t - 0.5 \frac{v^2}{c^2} \Omega_0 t + \varphi_0. \quad (7)$$

Фаза φ', (7) коливань заряду електрона, що рухається, відстає від фази електрона φ, що покоїться, (1) на величину $\Delta\varphi$, залежну від часу, пропорційну квадрату швидкості електрона

$$\Delta\varphi = \varphi - \varphi' = \frac{0.5v^2}{c^2} \Omega_0 t. \quad (8)$$

Це означає, що фаза коливань заряду електрона, що рухається, із залежністю частоти Ω від швидкості руху електрона

$$\Omega = \Omega_0 (1 - \frac{v^2}{c^2})^{-0.5}$$

не відповідає вимозі інваріантності динамічного заряду електрона. Залежно від часу вона змінюється і співпадає то з фазою коливань заряду електрона, що покоїться, то з фазою заряду позитрона, що покоїться.

Фаза коливань динамічного заряду електрона не залежатиме від руху електрона, якщо частота Ω' хвилевій функції ψ', перетвореною до власної системи координат електрона x', що рухається, в точці миттєвого розташування заряду електрона $x' = 0$, дорівнюватиме частоті електрона Ω_0, що покоїться, тобто $\Omega' = \Omega_0$.

Це можливо тільки у тому випадку, коли частота Ω_i хвилевої функції динамічного поля електрона (7), [3] що рухається міститиме в знаменнику не міру 0.5, а перший ступінь підкорінного вираження, де індекс i означає інваріантність

$$\Omega_i = \Omega_0/(1 - v^2/c^2) = \Omega_o (1 - v^2/c^2)^{-1}. \quad (9)$$

При перетворенні (4) хвилевої функції ψ до власної системи координат електрона x', частота динамічного поля (9) в точці локалізації заряду $x' = 0$ і, власне заряду, дорівнюватимуть частоті спокою електрона Ω_0

$$\psi'(t, x' = 0) = \exp i\Omega_o (1 - \frac{v^2}{c^2})^{-1} (1 - \frac{v^2}{c^2})\, t = \exp\, i(\Omega_0 t). \quad (10)$$

Коливання динамічного поля електрона, що рухається, частота, якого $\Omega_i{}'$ містить перший ступінь знаменника, відбуваються таким чином, що частота його хвилі в точці миттєвого положення електрона, що рухається, дорівнює Ω_0

$$\Omega_i{}' = \Omega_i (1 - \frac{v^2}{c^2}) = \Omega_0 (1 - \frac{v^2}{c^2})^{-1} (1 - \frac{v^2}{c^2}) = \Omega_0, \quad (11)$$

Фаза коливань динамічного заряду такого поля для електрона, що рухається, дорівнюватиме фазі коливань заряду електрона, що покоїться

$$\varphi = \int \Omega'\, dt = \int \Omega_0 dt = \Omega_0 t + \varphi_0. \quad (12)$$

Що, власне, і є вимогою інваріантності знаку динамічного заряду.

Слід зауважити, що інваріантність знаку заряду електрона не означає інваріантності його величини.

Фаза динамічного поля електрона, що рухається, дорівнює фазі коливань електрона, що покоїться, в точці миттєвого розташування заряду електрона і не великої її околиці, в області максимальної амплітуди поля. З відстанню від точки миттєвого розташування електрона по осі його руху фаза змінюється з періодом рівним довжині хвилі хвилевої функції.

Але амплітуда поля електрона, що убуває пропорційно r^{-2}, на відстанях порівнянних з довжиною хвилі хвилевої функції при не релятивістській швидкості електрона $(v \ll c)$ досить мала. Тому зниження міри взаємодії електрона із стороннім полем викликаєме відмінністю фази коливань поля на значних відстанях від заряду електрона і фази коливань поля заряду, що покоїться, в результаті руху електрона не значне.

При наближенні швидкості електрона до швидкості світла, область однозначності фази коливань поля і фази коливань заряду звужується, тому вплив неоднозначності фази поля по осі руху електрона на зменшення його взаємодії із стороннім полем зростає, чому електрон не може накопити значну енергію в прискорюючому електричному полі, який би високий його потенціал не був.

При швидкості електрона меншої швидкості світла $v < c$, частоту хвилевої функції можна записати в наближеному вигляді

$$\Omega_i = \Omega_0(1 - v^2/c^2)^{-1} \approx \Omega_0 + \frac{v^2}{c^2}\Omega_0 = \Omega_0 + v\frac{\Omega_0 v}{c^2} = \Omega_0 + vk \qquad (13)$$

Похідна частоти (13) по хвилевому вектору дорівнює груповій швидкості хвилі динамічного поля, або швидкості руху енергії поля [4], тобто, по суті, швидкості v руху самого електрона в просторі

$$\frac{d\Omega}{dk} = \frac{d}{dk}(\Omega_0 + vk) = v_{\text{гр}}. \qquad (14)$$

Фазова швидкість хвилі динамічного поля, електрона, що рухається, дорівнює відношенню частоти хвилевої функції до хвилевого вектору

$$v_{\text{ф}} = \frac{\Omega}{k} = \Omega / \frac{\Omega v}{c^2} = c\frac{c}{v}. \qquad (15)$$

Твір групової і фазової швидкості хвилі динамічного поля дорівнює квадрату швидкості світла , тобто квадрату константи поширення.

$$v_{\text{гр}}\, v_{\text{ф}} = c^2 \qquad (16)$$

Відношення їх дорівнює відношенню квадрата швидкості світла до квадрата швидкості електрона

$$\frac{v_{\text{ф}}}{v_{\text{гр}}} = \frac{c^2}{v^2}. \qquad (17)$$

Зміна залежності частоти динамічного поля електрона від швидкості руху електрона в просторі (9) залишає незмінну пропорційність спостережуваних частот квадрату відношення швидкості електрона v до швидкості світла c і частоти спокою електрона Ω_0

$$\omega_{\text{н}} = \Omega_i - \Omega_0 = \frac{v^2}{c^2}\Omega_0 \qquad (18)$$

Диференціальне рівняння динамічного поля (4), [3]. з частотою що відповідає вимозі інваріантності (9) зазнає незначну зміну. Коефіцієнтом при векторі поля E в нім, замість квадрата частоти Ω_0 буде твір Ω_0 на частоту Ω динамічного поля електрона, що рухається

$$\ddot{E} + \Omega\Omega_0 E - c^2\nabla^2 E = 0. \qquad (19)$$

Оскільки частота Ω динамічного поля електрона, що покоїться, рівна Ω_0, диференціальне рівняння (17) для поля електрона, що покоїться, має колишній вигляд

$$\ddot{E} + \Omega_0^2 E - c^2 \nabla^2 E = 0.$$

Список використаних джерел:

1. Попенко В. И. Динамічне поле електрона. Тези для наукової конференції «Актуальні питання сучасної науки», 2014.
2. Джексон Дж. Класична електродинаміка, М. Світ 1965.
3. Попенко В. И. Рівняння динамічного поле електрона. Тези для наукової конференції «Актуальні питання сучасної науки», 2014.
4. Крауфорд Ф., Хвилі, видавництво «Наука» 528(1974).

Попенко В.Й.
старший науковий співробітник,
Виробничо-наукова корпорація «Київський інститут автоматики»

ЕНЕРГІЯ ДИНАМІЧНОГО ПОЛЯ ЕЛЕКТРОНА, ЩО РУХАЄТЬСЯ

Помножимо диференціальне рівняння динамічного поля електрона (4), [1] на похідну за часом комплексно зв'язаного вектору поля $\dot{E}^*$

$$\ddot{E}\dot{E}^* + \Omega\Omega_o E\dot{E}^* - c^2 \dot{E}^* \nabla^2 E = 0.$$

Складемо отриману рівність з комплексно зв'язаним вираженням

$$\ddot{E}^*\dot{E} + \Omega\Omega_o E^*\dot{E} + c^2 \dot{E}\, \nabla^2 E^* = 0.$$

Доданки з оператором ∇^2 перенесемо у право

$$\ddot{E}\dot{E}^* + \ddot{E}^*\dot{E} + \Omega\Omega_o\left(E\dot{E}^* + E^*\dot{E}\right) = c^2(\dot{E}^*\nabla^2 E + \dot{E}\, \nabla^2 E^*).$$

Додамо до обох частин твір дивергенції і роторів векторів поля на похідні за часом дивергенції і роторів комплексно зв'язаних векторів поля з коефіцієнтом c^2

$$c^2\left(\nabla E\, \nabla\dot{E}^* + \nabla\dot{E}\, \nabla E^* + \nabla \times E \cdot \nabla \times \dot{E}^* + \nabla \times \dot{E} \cdot \nabla \times E^*\right).$$

Проаналізуємо отримане вираження

$$\ddot{E}\dot{E}^* + \ddot{E}^*\dot{E} + \Omega\Omega_o\, (E\dot{E}^* + E^*\dot{E}) + c^2(\nabla E\, \nabla\dot{E}^* + \nabla\dot{E}\, \nabla E^* +$$

$$+\nabla \times E \cdot \nabla \times \dot{E}^* + \nabla \times \dot{E} \cdot \nabla \times E^*) = c^2(\dot{E}^*\nabla^2 E + \dot{E}\, \nabla^2 E^*) +$$

$$+c^2\, (\nabla E\, \nabla\dot{E}^* + \nabla\dot{E}\, \nabla E^* + \nabla \times E \cdot \nabla \times \dot{E}^* + \nabla \times \dot{E} \cdot \nabla \times E^*). \qquad (1)$$

У лівій частині рівності (1) похідна за часом скалярних творів комплексно зв'язаних векторів динамічного поля електрона, їх похідних за часом а також їх дивергенції і роторів

$$(\ddot{E}\dot{E}^* + \ddot{E}^*\dot{E}) + \Omega\Omega_o\left(E\dot{E}^* + E^*\dot{E}\right) + c^2(\nabla E\, \nabla\dot{E}^* + \nabla\dot{E}\, \nabla E^* +$$

$$+ \nabla \times E \cdot \nabla \times \dot{E}^* + \nabla \times \dot{E} \cdot \nabla \times E^*) =$$

$$= \frac{\partial}{\partial t}\, [\dot{E}\dot{E}^* + \Omega\Omega_o E E^* + c^2(\nabla E\, \nabla E^* + \nabla \times E \cdot \nabla \times E^*)]. \qquad (2)$$