$$\ddot{E} + \Omega_0^2 E - c^2 \nabla^2 E = 0.$$

Список використаних джерел:

1. Попенко В. И. Динамічне поле електрона. Тези для наукової конференції «Актуальні питання сучасної науки», 2014.
2. Джексон Дж. Класична електродинаміка, М. Світ 1965.
3. Попенко В. И. Рівняння динамічного поле електрона. Тези для наукової конференції «Актуальні питання сучасної науки», 2014.
4. Крауфорд Ф., Хвилі, видавництво «Наука» 528(1974).

Попенко В.Й.
старший науковий співробітник,
Виробничо-наукова корпорація «Київський інститут автоматики»

ЕНЕРГІЯ ДИНАМІЧНОГО ПОЛЯ ЕЛЕКТРОНА, ЩО РУХАЄТЬСЯ

Помножимо диференціальне рівняння динамічного поля електрона (4), [1] на похідну за часом комплексно зв'язаного вектору поля $\dot{E}^*$

$$\ddot{E}\dot{E}^* + \Omega\Omega_o E\dot{E}^* - c^2 \dot{E}^* \nabla^2 E = 0.$$

Складемо отриману рівність з комплексно зв'язаним вираженням

$$\ddot{E}^*\dot{E} + \Omega\Omega_o E^*\dot{E} + c^2 \dot{E}\, \nabla^2 E^* = 0.$$

Доданки з оператором ∇^2 перенесемо у право

$$\ddot{E}\dot{E}^* + \ddot{E}^*\dot{E} + \Omega\Omega_o\left(E\dot{E}^* + E^*\dot{E}\right) = c^2(\dot{E}^*\nabla^2 E + \dot{E}\, \nabla^2 E^*).$$

Додамо до обох частин твір дивергенції і роторів векторів поля на похідні за часом дивергенції і роторів комплексно зв'язаних векторів поля з коефіцієнтом c^2

$$c^2\left(\nabla E\, \nabla\dot{E}^* + \nabla\dot{E}\, \nabla E^* + \nabla \times E \cdot \nabla \times \dot{E}^* + \nabla \times \dot{E} \cdot \nabla \times E^*\right).$$

Проаналізуємо отримане вираження

$$\ddot{E}\dot{E}^* + \ddot{E}^*\dot{E} + \Omega\Omega_o\, (E\dot{E}^* + E^*\dot{E}) + c^2(\nabla E\, \nabla\dot{E}^* + \nabla\dot{E}\, \nabla E^* +$$

$$+\nabla \times E \cdot \nabla \times \dot{E}^* + \nabla \times \dot{E} \cdot \nabla \times E^*) = c^2(\dot{E}^*\nabla^2 E + \dot{E}\, \nabla^2 E^*) +$$

$$+c^2\, (\nabla E\, \nabla\dot{E}^* + \nabla\dot{E}\, \nabla E^* + \nabla \times E \cdot \nabla \times \dot{E}^* + \nabla \times \dot{E} \cdot \nabla \times E^*). \qquad (1)$$

У лівій частині рівності (1) похідна за часом скалярних творів комплексно зв'язаних векторів динамічного поля електрона, їх похідних за часом а також їх дивергенції і роторів

$$(\ddot{E}\dot{E}^* + \ddot{E}^*\dot{E}) + \Omega\Omega_o\left(E\dot{E}^* + E^*\dot{E}\right) + c^2(\nabla E\, \nabla\dot{E}^* + \nabla\dot{E}\, \nabla E^* +$$

$$+ \nabla \times E \cdot \nabla \times \dot{E}^* + \nabla \times \dot{E} \cdot \nabla \times E^*) =$$

$$= \frac{\partial}{\partial t}\, [\dot{E}\dot{E}^* + \Omega\Omega_o E E^* + c^2(\nabla E\, \nabla E^* + \nabla \times E \cdot \nabla \times E^*)]. \qquad (2)$$

У правій частині (1) дивергенція творів похідних по часу векторів поля на їх комплексно зв'язану дивергенцію і векторного твору похідних за часом векторів поля на їх комплексно зв'язані ротори

$$\left(\dot{E}^*\nabla^2 E + \dot{E}\,\nabla^2 E^* + \nabla E\,\nabla\dot{E}^* + \nabla\dot{E}\,\nabla E^* + \nabla\times\dot{E}\cdot\nabla\times E^* + \nabla\times\dot{E}\cdot\nabla\times E^*\right) =$$

$$= c^2 div\,[\dot{E}\,\nabla E^* + \dot{E}^*\nabla E + \dot{E}\times(\nabla\times E^*) + \dot{E}^*\times(\nabla\times E)]. \qquad (3)$$

Підставимо перетворення (2) і (3) в рівняння (1) і розділимо обидві частини отриманої рівності на $8\pi\Omega\Omega_o$

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{1}{8\pi}\,[\frac{1}{\Omega\Omega_o}\dot{E}\cdot\dot{E}^* + E\cdot E^* + \frac{c^2}{\Omega\Omega_o}(\nabla E\cdot\nabla E^* + \nabla\times E\cdot\nabla\times E^*)] =$$

$$= div\frac{c^2}{8\pi\Omega\Omega_o}\,[\dot{E}\,\nabla E^* + \dot{E}^*\nabla E + \dot{E}\times(\nabla\times E^*) + \dot{E}^*\times(\nabla\times E)]. \qquad (4)$$

Твір вектору динамічного поля на комплексно зв'язаний вектор з коефіцієнтом $\frac{1}{8\pi}$ у лівій частині рівності (4) пропорційно щільності енергії динамічного поля [2]

$$\frac{1}{8\pi}E\cdot E^* \propto w.$$

Слід вважати, що в лівій частині рівняння (4) похідна за часом щільність енергії динамічного поля електрона, що рухається

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{1}{8\pi}\left[\frac{1}{\Omega\Omega_o}\dot{E}\cdot\dot{E}^* + E\cdot E^* + \frac{c^2}{\Omega\Omega_o}(\nabla E\cdot\nabla E^* + \nabla\times E\cdot\nabla\times E^*)\right] = \frac{\partial}{\partial t}\,w, \qquad (5)$$

Твір похідної за часом вектору поля на дивергенцію комплексно зв'язаного вектору в правій частині (4) пропорційно потоку енергії динамічного поля [2]

$$\frac{1}{8\pi}\,\dot{E}\cdot\nabla E^* \propto S.$$

Слід вважати, що в правій частині рівняння (4) дивергенція потоку енергії динамічного поля електрона, що рухається

$$div\frac{c^2}{8\pi\Omega\Omega_o}\left(\dot{E}\cdot\nabla E^* + \dot{E}^*\cdot\nabla E + \dot{E}\times\nabla\times E^* + \dot{E}^*\times\nabla\times E\right) = -\nabla S\,. \qquad (6)$$

Рівняння (4) є рівнянням балансу енергії динамічного поля електрона, що рухається, в комплексному уявленні його векторів

$$\frac{\partial}{\partial t}\,w = -\nabla S, \qquad (7)$$

де w – щільність енергії динамічного поля, електрона, що рухається

$$w = \frac{1}{8\pi}\left[E\cdot E^* + \frac{1}{\Omega\Omega_o}\dot{E}\cdot\dot{E}^* + \frac{c^2}{\Omega\Omega_o}(\nabla E\cdot\nabla E^* + \nabla\times E\cdot\nabla\times E^*)\right], \qquad (8)$$

$\boldsymbol{S}$ – вектор щільності потоку енергії динамічного поля електрона

$$S = -\frac{1}{8\pi}\frac{c^2}{\Omega\Omega_o}\left(\dot{E}\cdot\nabla E^* + \dot{E}^*\cdot\nabla E + \dot{E}\times\nabla\times E^* + \dot{E}^*\times\nabla\times E\right). \qquad (9)$$

Щільність енергії w і вектор щільності потоку енергії $\boldsymbol{S}$, речові величини, вектори динамічного поля, що утворюють їх, комплексні.

Підставляючи значення векторів поля і їх похідні [1], вичислимо складові щільність енергії (7) в явному вигляді

$$E \cdot E^* = E_{(r)}\psi\xi \cdot E_{(r)}\ \psi^*\xi = E^2\xi^2;$$

$$\frac{1}{\Omega\Omega_o}\dot{E} \cdot \dot{E}^* = \frac{1}{\Omega\Omega_o}\ [i\Omega\, E_{(r)}\ \psi\xi - \psi\xi(v\nabla)E_{(r)}]\ [-i\Omega\, E_{(r)}\ \psi^*\xi - \psi^*\xi(v\nabla)E_{(r)}] =$$

$$= \frac{\Omega}{\Omega_o}E_{(r)}^2\xi^2 + \frac{1}{\Omega\Omega_o}\ [(v\nabla)E_{(r)}]^2\xi^2;$$

другим доданкам в правій частині останньої рівності, пропорційним $\frac{v^2}{\Omega\Omega_o}(\nabla E_{(r)})^2$, враховуючи, що $\Omega\Omega_o \approx 10^{40}$, можна знехтувати, в результаті отримаємо

$$\frac{1}{\Omega\Omega_o}\ \dot{E} \cdot \dot{E}^* \ = \frac{\Omega}{\Omega_o}E^2\xi^2;$$

$$\frac{c^2}{\Omega\Omega_o}(\nabla E \cdot \nabla E^* + \nabla \times E \cdot \nabla \times E^*) = \frac{c^2}{\Omega\Omega_o}\ [(-ik \cdot E_{(r)}\psi\xi \cdot ik \cdot E_{(r)}\ \psi^*\xi) +$$

$$+(-ik \times E_{(r)}\psi\xi) \times (ik \times\ E_{(r)}\psi^*\xi)] = \frac{c^2}{\Omega\Omega_o}k^2E^2(cos^2\theta + sin^2\theta)\,\xi^2 = \frac{c^2k^2}{\Omega\Omega_o}E^2\xi^2.$$

Підставляючи результати обчислень і значення $k = \Omega v/c^2$ з (16), [1] у (8) отримаємо формулу щільності енергії в явному вигляді

$$w = \frac{1}{8\pi}\left(E^2\xi^2 + \frac{\Omega}{\Omega_o}\ E^2\xi^2 + \frac{c^2k^2}{\Omega\Omega_o}E^2\xi^2\right) = \frac{E^2\xi^2}{8\pi}\left(1 + \frac{1+\frac{v^2}{c^2}}{1-\frac{v^2}{c^2}}\right) = \frac{E^2\xi^2}{4\pi\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}. \qquad (10)$$

Аналогічно вичислимо складову щільність потоку енергії (9) в явному вигляді

$$\frac{c^2}{\Omega\Omega_o}(\dot{E} \cdot \nabla E^* + \dot{E^*} \cdot \nabla E) = \frac{c^2}{\Omega\Omega_o}\ [\ i\Omega\, E_{(r)}\psi\xi \cdot\ ik \cdot E_{(r)}\ \psi^*\xi +$$

$$+(-i)\Omega E_{(r)}\psi^*\xi(-i)k \cdot E_{(r)}\psi\xi] = \ -2r_o\frac{v\Omega}{\Omega_o}E^2\xi^2cos\theta;$$

$$\frac{c^2}{\Omega\Omega_o}(\dot{E} \times \nabla \times E^* + \dot{E}^* \times \nabla \times E) = (i\Omega\, E_{(r)}\psi\xi) \times (ik \times\ E_{(r)}\ \psi^*\xi) +$$

$$+(-i\Omega\, E_{(r)}\ \psi^*\xi) \times \left(-ik \times\ E_{(r)}\psi\xi\right) = 2(-v\frac{\Omega}{\Omega_o}E^2\xi^2 + r_o\frac{v\Omega}{\Omega_o}E^2\xi^2cos\theta).$$

Підставляючи обчислення у формулу щільності потоку енергії отримаємо

$$S = -\ \frac{1}{8\pi}\ [-2r_o\frac{v\Omega}{\Omega_o}E^2\xi^2cos\theta - 2(v\frac{\Omega}{\Omega_o}E^2\xi^2 + r_o\frac{v\Omega}{\Omega_o}E^2\xi^2cos\theta)] =$$

$$= \ \frac{1}{4\pi}\frac{\Omega}{\Omega_o}E^2\xi^2 = \frac{vE^2\xi^2}{4\pi\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}. \qquad (11)$$

Шляхом нескладних перетворень диференціального рівняння динамічного поля електрона отримано класичне рівняння балансу енергії динамічного поля електрона, що рухається.

Згідно йому, похідна щільності енергії поля дорівнює дівергенції потоку енергії поля з негативним знаком $\frac{\partial}{\partial t}\,\mathcal{w} = -\nabla S$. Щільність потоку енергії S дорівнює щільності енергії динамічного поля $\mathcal{w}$ помноженою на швидкість руху електрона $\boldsymbol{v}$

$$\mathcal{w} = \frac{E^2\xi^2}{4\pi(1-\frac{v^2}{c^2})},\ S\ =\ v\mathcal{w}\ =\ v\frac{E^2\xi^2}{4\pi\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}. \qquad (12)$$

Враховуючи, що зменшення амплітуди, обумовлене квадратом коефіцієнта деформації поля $\xi^2 = (1 - cos^2\theta v^2/c^2)$, відбувається тільки по осі руху електрона. У поперечному до руху електрона напрямі, де $cos^2\theta = 0$, поле не ослаблюється, щільність енергії поля (12) при русі електрона із швидкістю близької до швидкості світла завдяки функції $\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)$ в знаменнику прагне до нескінченного значення.

Для швидкостей менших швидкості світла справедлива наближена залежність енергії від швидкості руху

$$\mathcal{w} = \frac{E^2\,\widehat{\xi^2}}{4\pi(1-\frac{v^2}{c^2})} \approx \frac{E^2\left(1-0{,}5\frac{v^2}{c^2}\right)}{4\pi\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)} \approx \frac{E^2}{4\pi}\left(1 + 0{,}5\frac{v^2}{c^2}\right) =\ \mathcal{w}_{\text{o}} + 0{,}5\frac{v^2}{c^2}\,\mathcal{w}_{\text{o}}. \qquad (13)$$

Де $\mathcal{w}_{\text{o}}$ – щільність енергії динамічного поля електрона, що покоїться, $\widehat{\xi^2} = (1 - 0{,}5v^2/c^2)$ –середнє значення квадрата функції деформації амплітуди в результаті руху електрона.

Аналіз диференціальних рівнянь динамічного поля електрона і рівняння балансу енергії поля розкриває механізм зростання енергії – маси електрона, що рухається. Частота динамічного поля електрона, яка входить співмножником в одну із складових щільності його енергії (13), залежить від відношення квадрата швидкості руху електрона до швидкості світла, створюючи його кінетичну енергію $W_{\text{кін.}} = 0.5mv^2$.

Рух електрона, і будь-якої іншої частинки це не просто переміщення її в просторі, це також зміна стану її динамічного поля, яке становить суть частинки.

Повну енергію електрона, що рухається, вичислити інтеграцією щільності енергії його радіального динамічного поля не представляється можливим, оскільки не враховується енергія азимутної складової динамічного поля, що утворює власний магнітний момент і спін електрона, про яку буде в наступній доповіді.

Список використаних джерел:

1. Попенко В. И. Рівняння динамічного поля електрона. Тези для наукової конференції «Актуальні питання сучасної науки», 2014.

2. Джексон Дж. Класична електродинаміка, М. Світ 1965.