**Степанець Ю.А.**
*молодший науковий співробітник;*
**Попенко В.Й.**
*старший науковий співробітник,*
*Науково-виробнича корпорація «Київський інститут автоматики»*

## ЕЛЕКТРОН В ХВИЛІ ДИНАМІЧНОГО ПОЛЯ

На електрон, що покоїться, в електромагнітній хвилі $E = E_a \exp\ i(\omega t - kx + \varphi_0)$ діє сила рівна твору заряду електрона $e$ на вектор електричного поля хвилі

$$f_{E,e} = e \cdot E = e\, E_a \exp\ i(\omega t - kx + \varphi_0) = e\, E_a \exp\ i\,(\omega t + \varphi_{\text{в}}), \qquad (1)$$

де: $\varphi_{\text{в}} = (-kx + \varphi_0)$ – фаза хвилі в точці розташування електрона.

Дією магнітної складової хвилі $f_{H,e} \propto c/v$, при швидкості електрона меншої швидкості світла можливо знехтувати.

Під впливом сили $f_{E,e}$ електрон здійснюватиме гармонійні коливання з прискоренням рівним відношенню сили (1) до маси електрона

$$\dot{v} = \frac{f_{E,e}}{m} = \frac{e}{m} E_a exp i(\omega t + \varphi_{\text{в}}). \qquad (2)$$

Коливання електрона супроводжуються випромінюванням [1]. Кількість енергії, що випромінюється електроном в одиницю часу в елемент тілесного кута $d\sigma$, дорівнює

$$dI = \frac{\ddot{d}^2}{4\pi c^3} sin^2\theta d\sigma = \frac{e^4}{4\,\pi m^2 c^3} E^2 sin^2\theta d\sigma, \qquad (3)$$

де $\ddot{d} = e \cdot \dot{v} = \frac{e^2}{m} E$ – дипольний момент коливань електрона, $\theta$ – кут між вектором $\ddot{d}$ і напрямом розсіяння.

Щільність потоку енергії хвилі, що падає на електрон, рівний [1]

$$S = \frac{\text{c}}{4\pi} E^2.$$

Переріз розсіяння в тілесний кут $d\sigma$ дорівнює відношенню щільності випромінюваної електроном енергії до щільності потоку, що падає на електрон

$$d\Sigma = \frac{dI}{S} = (\frac{e^2}{mc^2})^2 sin^2\theta d\sigma. \qquad (4)$$

При виборі в якості полярної осі напрям вектору $E$, тілесний кут $d\sigma$ дорівнює $d\sigma = sin\theta d\theta d\varphi$.

Інтегруючи (4) по координаті $\theta$, від 0 до $\pi$ і по координаті $\varphi$, від 0 до 2 $\pi$ знайдемо повний переріз розсіяння

$$\Sigma = \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} (\frac{e^2}{mc^2})^2 sin^3\theta\, d\theta d\varphi = \frac{8\pi}{3} (\frac{e^2}{mc^2})^2. \qquad (5)$$

Хвиля, що падає на електрон, втрачає в середньому в одиницю часу енергію $\frac{d}{dt}W = c\tilde{w}\Sigma$, і імпульс рівний енергії деленой на швидкість світла

$$\frac{dP_{\text{в}}}{dt} = \frac{1}{\text{c}}\frac{d}{dt}W = \tilde{w}\,\Sigma.$$

Імпульс, що втрачається хвилею, поглинається розсіювальним електроном, при цьому на електрон діє сила тиску $F$, рівна середній величині імпульсу, часу, що поглинається їм в одиницю часу

$$F = \frac{dP_{\text{в}}}{dt} = \frac{x_o}{c}\frac{d}{dt}W = x_0\tilde{w}\Sigma = x_0\frac{8\pi}{3}\left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2\frac{\overline{E^2}}{4\pi}. \quad (6)$$

З часом, електрон придбає імпульс рівний інтегралу сили тиску F за часом

$$P = \int_o^t Fdt = x_0\tilde{w}\Sigma\, t = x_0\frac{8\pi}{3}\left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2\frac{\overline{E^2}}{4\pi}t. \quad (7)$$

Кінетична енергія пов'язана з імпульсом залежністю $W_{\text{к}} = P^2/2m$.

Підставляючи імпульс $P$, знайдемо кінетичну енергію яку придбав електрон в хвилі, що падала на нього

$$W_{\text{к}} = \frac{\boldsymbol{P}^2}{2m} = \frac{(\tilde{w}\Sigma t)^2}{2m}. \quad (8)$$

Енергія, яку придбав електрон в електромагнітній хвилі, залежить від щільності енергії хвилі $\tilde{w}$ і часу її дії хвилі $t$ на електрон і обмежується релятивістським зростанням маси електрона, що рухається.

У динамічному уявленні поля електрона, на енергію і імпульс, яку може придбати електрон в хвилі, діють і інші обмеження.

Динамічний заряд електрона $q$ і динамічне поле хвилі $E -$ гармонійні функції часу [2]

$$q = e\psi_e = e\ \exp\ i\,\Omega_0 t,\ E = E_a\psi_{\text{в}} = E_a\exp\ i(\Omega_{\text{в}}t - kx + \varphi_0). \quad (9)$$

На електрон, що покоїться, в хвилі динамічного поля, [2] діятиме сила, величина якої дорівнює половині суми творів комплексно зв'язаного заряду і вектору динамічного поля хвилі [2]

$$f_{E,e(\text{дин})} = 0{,}5(q\cdot E^* + E\cdot q^*) = 0{,}5\,eE_a\cdot(\psi_e\cdot\psi_{\text{в}}^* + \psi_e^*\cdot\psi_{\text{в}}). \quad (10)$$

Твір хвилевих функцій дорівнює

$$(\psi_e\cdot\psi_{\text{в}}^* + \psi_e^*\cdot\psi_{\text{в}}) = \exp\ i\,\Omega_o\,t\cdot exp(-i)(\Omega_{\text{в}}t + \varphi_{\text{в}}) +$$

$$+\exp(-i)\Omega_o\,t\cdot\exp\ i(\Omega_{\text{в}}t + \varphi_{\text{в}}) = 2\cos\ [(\Omega_{\text{в}} - \Omega_o)t + \varphi_{\text{в}}] = 2\cos(\omega t + \varphi_{\text{в}}),$$

де: $\omega = \Omega_{\text{в}} - \Omega_o -$ спостережувана частота хвилі динамічного поля, $\varphi_{\text{в}} = (-kx + \varphi_0) -$ фаза хвилі в точці розташування електрона.

Сила (10), що діє на електрон в хвилі динамічного поля, ідентична силі, що діє на електрон в електромагнітній хвилі (1)

$$f_{E,e(\text{дин})} = f_{E,e} = eE_a\cos(\omega t + \varphi_{\text{в}}). \quad (11)$$

В процесі коливань і розсіяння енергії хвилі електрон, під дією сили (11) згідно (7), придбаває імпульс $P = mv$. Частота динамічного поля електрона, яка залежить від швидкості його руху $v = P/m$ зростає від $\Omega_{\text{о}}$ до

$$\Omega_e = \Omega_{\text{о}}/\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{0,5} \approx \Omega_{\text{о}} + 0{,}5\frac{v^2}{c^2}\Omega_{\text{о}}.$$

Частота коливань електрона ω у хвилі, що падає на нього, рівна різниці частоти динамічного поля хвилі і динамічного поля електрона

$$\omega = \Omega_{\text{в}} - \Omega_e = (\Omega_{\text{о}} + \omega) - \left(\Omega_{\text{о}} + 0{,}5\frac{v^2}{c^2}\Omega_{\text{о}}\right) = \omega - 0{,}5\frac{v^2}{c^2}\Omega_{\text{о}} \text{ зменшується.}$$

При порівнянні частоти динамічного поля електрона $\Omega_e$ з частотою хвилі $\Omega_{\text{в}}$, що падає на нього, частота коливань електрона, стає рівною нулю

$$\omega = \Omega_{\text{в}} - \Omega_e = \omega - 0{,}5\frac{v^2}{c^2}\Omega_{\text{о}} = 0.$$

Коливання електрона припиняються, припиняється розсіювання енергії хвилі. Припиняється і дія тиску на електрон з боку падаючої на його хвилі.

Досягши рівності частоти коливань динамічного поля електрона частоті хвилі, електрон розташовується в тому місці хвилі, де коливання його динамічного поля ортогональні коливанням динамічного поля хвилі. Електрон стає індиферентним до хвилі, продовжуючи рухатися у напрямі її поширення з постійною швидкістю, що відповідає рівності частот коливань динамічного поля хвилі і електрона, не розсіюючи енергію хвилі.

Швидкість, що відповідає індиферентному руху електрона в хвилі динамічного поля, знайдемо з рівності нулю різниці частот

$\Omega_{\text{в}} - \Omega_{\text{е}} = \omega - 0{,}5\frac{v^2}{c^2}\Omega_{\text{о}} = 0$, тобто $\omega = 0{,}5\frac{v^2}{c^2}\Omega_{\text{о}}$, звідкіля знаходимо

$$v_{\text{и}} = \text{c}\,(2\,\omega\,/\,\Omega_0)^{0{,}5}. \quad (12)$$

Максимальне значення енергії яку може придбати електрон в хвилі динамічного поля, що падає на нього, із спостережуваною частотою ω, знайдемо, підставляючи швидкість $v_{\text{и}}$ з (12) у формулу кінетичної енергії електрона

$$W_k = 0{,}5mv_{\text{и}}^2 = 0{,}5mc^2 \cdot 2\,\frac{\omega}{\Omega_0} = m_0c^2\frac{\omega}{\Omega_0} = W_0\frac{\omega}{\Omega_0}. \quad (13)$$

Максимальна енергія, яку може придбати електрон в хвилі динамічного поля, дорівнює енергії спокою електрона $W_0$, помноженою на відношення спостережуваної частоти хвилі ω, до частоти спокою електрона $\Omega_0$.

Підставляючи $\hbar = m_oc^2\Omega_o$ з (18) [2] енергію, придбану електроном в хвилі динамічного поля, запишемо в характерній для квантової фізики залежності енергії електронів від частоти фотонів в явищі фотоефекту

$$W_k = \omega\hbar = h\nu. \quad (14)$$

У оптичному випромінюванні електрон може придбати енергію до десятка еВ, в ультрафіолетовому до сотень еВ, у в рентгенівських променях до десятків кВ.

Енергія, що придбана електроном у випромінюванні різних частот, співпадає з енергією зв'язку в атомі електронів, випромінюючих ці частоти.

Відповідність енергії, що придбається електронами у випромінюванні, частотам цих випромінювань, послужила причиною виникнення квантів або фотонів світла, енергія яких, пропорційна частоті. Коефіцієнтом пропорційності є постійна Планка, рівна відношенню енергії спокою електрона $W_0$, до частоти динамічного поля електрона $\Omega_0$, $\hbar = W_0/\,\Omega_0$.

Динамічна амплітуда випромінювання електрона, викликаного коливаннями в хвилі динамічного поля, ортогональна амплітуді хвилі практично на всіх напрямках, за винятком не великої області $Q$, розташованої за електроном по напряму поширення хвилі.

Область $Q$ є усіченим конусом. Вісь його співпадає з напрямом поширення хвилі, верхній переріз $S$ розташовується в точці локалізації електрона і рівно повному перерізу розсіяння електроном $S = \Sigma$, а поперечний переріз конуса $S(l)$ зростає пропорційно квадрату відстані від електрона $l$, у напрямі поширення хвилі $S(l) \approx \pi(a^2 + l^2)$ де $a$ – класичний радіус електрона.

Як відомо, ортогональні функції поля не взаємодіють, тому скрізь, окрім області $Q$ щільність енергії хвилі і випромінювання електрона просто дорівнює їх сумі $w_{(\text{в}+\text{и})} = w_{\text{в}} + w_{\text{и}}$.

У області $Q$ амплітуда динамічного поля випромінювання електрона і амплітуда динамічного поля хвилі мають протилежні знаки, внаслідок чого, в області $Q$ відбувається часткове погашення хвилі випромінюванням електрона, з утворенням тіні $E_Q \approx E_{\text{в}} - E_{\text{и}} < E_{\text{в}}$.

Амплітуда і енергія хвилі, що минула розсіювальний електрон, в області тіні зменшуються порівняно з амплітудою і енергією хвилі, що падає на електрон . Ця різниця енергій поглинається і розсіюється електроном.

Усе це вірно, поки швидкість електрона менше швидкості, що відповідає індиферентному руху електрона в хвилі, $v < v_{\text{и}}$, (12) і, відповідно частота хвилі більше частоти електрона $\Omega_{\text{в}} > \Omega_e$.

Досягши рівності $\Omega_{\text{в}} = \Omega_e$ коливання електрона в хвилі і, відповідно, його випромінювання припиняються, і він продовжує рухатися у напрямі поширення хвилі, не взаємодіючи з нею.

Якщо швидкість електрона з якої-небудь причини перевищить швидкість його індиферентного руху в хвилі, частота динамічного поля електрона стане більше частоти динамічного поля хвилі $\Omega_e > \Omega_{\text{в}}$.

Різниця частот поміняє знак, $\Omega_{\text{в}} - \Omega_e = -\omega$. Електрон розпочне коливання з протилежної фази, чим у разі, коли частота динамічного поля хвилі більше частоти динамічного поля електрона.

У області $Q$ амплітуди хвилі і поля випромінювання не відніматимуться, а складатимуться $E_Q \approx E_{\text{в}} + E_{\text{и}} > E_{\text{в}}$. В результаті випромінювання електрона вперед по його руху перевершуватиме випромінювання назад. Що приведе до гальмування електрона, і він знову повернеться до швидкості, що відповідає індиферентному руху в хвилі.

Якщо на електрон, що рухається в довільному напрямі, падатиме э.м. хвиля, випромінювання електрона, викликаного коливаннями в хвилі, матиме підвищене значення щільності енергії у напрямі руху електрона.

На випромінюючий електрон з боку випромінювання, діятиме сила, спрямована проти його руху, тобто сила гальмування.

Електрон, в хвилі, що падає на нього, в процесі розсіяння енергії хвилі розсіє енергію і імпульс, що не відповідають його індиферентному руху в хвилі, і придбає імпульс, енергію і напрям руху, що відповідають вимогам його індиферентного руху в хвилі.

Якщо енергія електрона була більше ніж її значення, визначуване вимогами індиферентного руху в хвилі, надмірна енергія електрона буде

розсіяна спільно з енергією хвилі. Станеться, так зване, індуковане розсіяння енергії електрона.

Розрахунок кількісної оцінки розсіюваної електроном і поглинаемої їм енергії з хвилі. у контексті цієї роботи, не суть важливий, але може представляти інтерес, для зацікавлених дослідників.

**Список використаних джерел:**

1. Джексон Дж. Класична електродинаміка, М. Світ 1965.
2. Попенко В. И. Динамічне поле електрона. Тези для наукової конференції «Перспективи розвитку сучасної науки», 2014.
3. Шпольский Э. В. Атомна фізика, т. 1, Введення в атомну фізику, видавництво «Наука» 575 (1974).

**Степанець Ю.А.**
*молодший науковий співробітник;*
**Попенко В.Й.**
*старший науковий співробітник,*
*Науково-виробнича корпорація «Київський інститут автоматики»*

## АДЕКВАТНІСТЬ ХВИЛЕВОЇ ФУНКЦІЇ ДИНАМІЧНОГО ПОЛЯ ЕЛЕКТРОНА ХВИЛЕВІЙ ФУНКЦІЇ ЕЛЕКТРОНА КВАНТОВОЇ ФІЗИКИ

Щільність енергії динамічного поля електрона пропорційна твору амплітуди поля на комплексно зв'язане значення [1]

$$w \propto \frac{1}{8\pi} E E^* = \frac{1}{8\pi} E(r)\psi(x,t) E(r)\psi^*(x,t).$$

Інтеграл щільності енергії по усьому простору дасть енергію динамічного поля електрона $W_E$

$$\int w \, dV = \int \frac{1}{8\pi} E(r)\psi(x,t) \, E(r)\psi^*(x,t) dV = W_E.$$

Розділимо обидві частини отриманого вираження на енергію динамічного поля $W_E$, і, виконав незначні перетворення, запишемо

$$\int \frac{w}{W_E} \, dV = \int \frac{E(r)\psi(x,t)}{2\sqrt{2\pi W_E}} \cdot \frac{E(r)\psi^*(x,t)}{2\sqrt{2\pi W_E}} dV = \int \mathcal{A} \cdot \mathcal{A}^* \, dV = 1, \qquad (1)$$

де позначено: $\mathcal{A} = \frac{E(r)\psi(x,t)}{2\sqrt{2\pi W_E}}, \mathcal{A}^* = \frac{E_r\psi^*(x,t)}{2\sqrt{2\pi W_E}}$.

Рівності одиниці інтеграла (1) по усьому нескінченному простору можна дати статистичне тлумачення, як вірогідність того, що електрон знаходиться, де не – будь в просторі.

Амплітуда поля електрона $E(r)$ убуває пропорційно $r^{-2}$, тому інтеграл твору функцій $\mathcal{A} \cdot \mathcal{A}^*$ по області $V$ до певної міри залежатиме від розмірів області інтеграції та взаємного розташування електрона і області інтеграції.

При інтеграції не по усьому нескінченному простору, а по деякій області $V$ результат дорівнюватиме не одиниці, а деякій величині $p$ меншої одиниці