

Схожій логіці відповідає заповнення M оболонки елементів від натрію до аргону, N оболонки елементів від міді до криптону і O оболонки елементів від срібла до ксенону.

Атомні об'єми [4] корегуються з іонізаційним потенціалом атомів [2] зворотною залежністю. Нижче в таблиці приведені потенціали іонізації і атомні об'єми групи одновалентних атомів від літію до цезію $Li \div Cs$, двовалентних атомів від берилія до барію $Be \div Ba$ і атомів інертних газів від гелію до радону $He \div Rn$. Верхній рядок – позначення хімічних елементів, другий рядок – потенціал іонізації в еВ, нижній рядок – атомні об'єми в см^3 :

Li, Na, K, Rb, Cs. Be, Mg, Ca, Sr, Ba. He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn.

5.37, 5.12, 4.32, 4.16, 3.88. 9.48, 7.61, 6.09, 5.67, 5.19. 24.45, 21.48, 15.69, 13.94, 12.08, 10.69.

13, 23, 45, 56, 71. 4.5, 14, 26, 34.5, 36. 14, 17, 28.5, 38, 41.5, 45.

Заповнення внутрішньої незаповненої M оболонки групи елементів в стані $3d$ від скандію Sk до нікелю Ni , тимчасово відкладене, відбувається практично при постійному потенціалі іонізації атомів і незначній зміні атомних об'ємів. Аналогічна ситуація спостерігається при заповненні внутрішньої N оболонки в стані $4f$, елементів від цирконію Zr до родію Rh .

Така класична архітектура атомів. Втілити її в математичну форму – прерогатива теоретиків. В доповідях викладанні головні ідеї статичного устрою атомів, які потребують теоретичних і експериментальних досліджень.

Електрони в атомах пов'язані квазіупружними силами, тому зміна стану електрона, як і будь-якої динамічної системи при збудженні має перехідний період, що супроводжується коливаннями і диссіпацією енергії, тобто, випромінюванням. Про випромінювання атомів в наступній доповіді.

Список використаних джерел:

1. Попенко В. Й. Багато електронні атоми. Тези для наукової конференції «Актуальні питання гуманітарних та природничих наук», 2015.
2. Шпольский Э. В. Атомна фізика, т. 2, Основи квантової механіки і устрій електронної оболонки атома, видавництво «Наука» 417 (1974).
3. Попенко В. Й. Векторні властивості електрона. Тези для наукової конференції «Перспективи розвитку сучасної науки» 2014.
4. Шпольский Э. В. Атомна фізика, т. 1, Введення в атомну фізику, видавництво «Наука» 575 (1974).

Приходько О.Д.

студент,

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

АСИМПТОТИЧНА ПОВЕДІНКА ІНТЕГРАЛЬНОГО ФУНКЦІОНАЛУ ВІД РОЗВ'ЯЗКУ СТОХАСТИЧНОГО ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ

В зв'язку з тим, що стохастичні диференціальні рівняння є досить зручною моделлю для опису різноманітних динамічних систем збуджених випадковими процесами, останнім часом підвищився інтерес до теорії стохастичних

диференціальних рівнянь. Тому вивчення стохастичних диференціальних рівнянь, властивостей та поведінки їх розв'язків є актуальним напрямком сучасної математики.

За допомогою стохастичних диференціальних рівнянь можна моделювати випадкові процеси в економіці, механіці, задачах автоматизованого управління, біології та інших сферах науки. Апарат теорії стохастичних диференціальних рівнянь широко використовується при дослідженні математичних моделей фінансового та страхового ринку.

Будемо розглядати властивості та поведінку розв'язку стохастичного диференціального рівняння. Сформульовані результати мають наступне практичне застосування.

На даний момент ринок страхових послуг перенасичений страховими пропозиціями, компанії змушені все більше і більше удосконалювати і поглиблювати якість послуг, обсяг і процентні ставки.

В деяких випадках страхові компанії обіцяють фіксовану відсоткову ставку для своїх страхових продуктів, таких як облігації, страхування життя і т.п.

Цікавим є дослідження граничної поведінки $\frac{1}{t} \int_0^t r(u) du$, де $r(u)_{u \geq 0}$ миттєва відсоткова ставка, яка задовольняє стохастичне диференціальне рівняння. Великий інтерес викликає питання як ця відсоткова ставка має бути визначена.

Це пов'язано з тим, що страхова компанія прагне мінімізувати страхові виплати, для того, щоб була змога покрити всі видатки та зберегти деякі резерви. З іншого боку, конкурентна боротьба, яка характерна для ринкової економіки, спонукає конкуруючі компанії задовольняти якомога більше побажань клієнтів. Природно, що споживачі (клієнти) хочуть виплати з якомога більшим відсотком. [1]

Щоб вирішити цю практичну проблему доцільно змоделювати довгострокові виплати з математичної точки зору.

Розглядається поведінка функціоналу $\eta_\varepsilon(t) = (\varepsilon^k/t) \int_0^{t/\varepsilon^k} d(s, \xi(s)) ds$ при $\varepsilon \rightarrow 0$, де $\xi(t)$ – це розв'язок стохастичного диференціального рівняння

$$\begin{aligned} \xi(t) = & \varepsilon^{k_1} \int_0^t f(t, \xi(t)) dt + \varepsilon^{k_2} \int_0^t g(t, \xi(t)) dw(t) + \\ & + \varepsilon^{k_3} \int_0^t \int_{R^d} q(t, \xi(t), y) v(dt, dy) + \varepsilon^{k_4} \int_0^t \int_{R^d} \varphi(t, \xi(t), y) \tilde{\mu}(dt, dy), \quad (1) \\ & \xi(0) = \xi_0; \end{aligned}$$

де $\varepsilon > 0$ – малий параметр; $k > 0, k_i > 0, i = 1, \dots, 4$;

$d(t, x)$ – не випадкова функція;

$f(t, x) = \{f_i(t, x), i = \overline{1, d}\}, q(t, x, y) = \{q_i(t, x, y), i = \overline{1, d}\},$

$\varphi(t, x, y) = \{\varphi_i(t, x, y), i = \overline{1, d}\}$ – це не випадкові векторнозначні функції;

$g(t, x) = \{g_{i,j}(t, x), i, j = \overline{1, d}\}$ – це не випадкові матричнозначні функції;

$t \in [0, T], x, y \in R^d; w(t) - d$ – вимірний процес Вінера;

$v(dt, dy)$ – міра Пуассона, незалежна від $w(t)$,

$\tilde{\mu}(dt, dy)$ – міра Пуассона, незалежна від $w(t)$ і $v(dt, dy)$;

$E v(dt, dy) = \Pi_1(dy) dt; \tilde{\mu}(dt, dy) = \mu(dt, dy) - \Pi_2(dy) dt;$

$\Pi_1(\cdot), \Pi_2(\cdot)$ – це скінченні міри на Борелевих множинах в R^d ;

ξ_0 – випадковий вектор, незалежний від $w(t)$ та $v(dt, \cdot)$

Припустимо, що коефіцієнти рівняння (1) задовольняють наступним умовам:

$$1) |f(t, x)|^2 + \|g(t, x)\|^2 + \int_{R^d} |q(t, x, y)|^2 \Pi_1(dy) + \int_{R^d} |\varphi(t, x, y)|^2 \Pi_2(dy) \leq C,$$

$$\text{де } |f|^2 = \sum_{i=1}^d f_i^2, \|g\|^2 = \sum_{i,j=1}^d g_{ij}^2, \int_{R^d} |q(t, x, y)| \Pi_1(dy) \leq \infty.$$

2) Для будь-якого $N > 0$ існує $L_N > 0$ таке, що

$$\begin{aligned} & |f(t, x_1) - f(t, x_2)|^2 + \|g(t, x_1) - g(t, x_2)\|^2 + \\ & + \int_{R^d} |q(t, x_1, y) - q(t, x_2, y)|^2 \Pi_1(dy) + \\ & + \int_{R^d} |\varphi(t, x_1, y) - \varphi(t, x_2, y)|^2 \Pi_2(dy) \leq L_N |x_1 - x_2|^2, \end{aligned}$$

для всіх $x_i \in R^d, i = 1, 2$ таких, що $|x_i| \leq N, i = 1, 2$.

3) Функції $d(t, x), f(t, x), g(t, x), q(t, x, y), \varphi(t, x, y)$ є неперервними по x відносно $t \in [0, \infty), y \in R^d$ та x з будь-якої множини $|x| \leq C$. Для кожних $x \in R^d, y \in R^d$ існують наступні границі

$$\begin{aligned} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_T^{T+A} d(t, x) dt &= \bar{d}(x), \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_T^{T+A} f(t, x) dt \\ &= \bar{f}(x) \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_T^{T+A} q(t, x, y) dt = \bar{q}(x, y), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_T^{T+A} g(t, x) g^*(t, x) dt &= \bar{G}(x), \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_T^{T+A} \varphi(t, x, y) \varphi^*(t, x, y) dt \\ &= \bar{\Phi}(x, y). \end{aligned}$$

Тут g^* є матрицею (вектором), транспонованим до g , тому для векторнозначної функції $\varphi(t, x, y)$ добуток $\varphi(t, x, y) \varphi^*(t, x, y)$, є $d \times d$ -вимірною функцією.

4) Функції $\bar{d}(x), \bar{f}(x), \bar{G}(x), \int_{R^d} \bar{q}(x, y) \Pi_1(dy)$ є обмеженими, неперервними по x , функція $\bar{\Phi}(x, y)$ є обмеженою, неперервною по x рівномірно відносно $y \in R^d$. Матриця $\bar{\sigma}^2(x)$ є рівномірно параболічною, $\bar{\sigma}^2(x) = \bar{G}(x) + \int_{R^d} \bar{\Phi}(x, y) \Pi_2(dy)$.

Теорема. Нехай виконуються умови 1) – 4), $k = \min(k_1, 2k_2, k_3, 2k_4)$.

1. Якщо $k_1 = 2k_2 = k_3 = 2k_4$, тоді випадковий процес $\eta_\varepsilon(t)$ слабо збігається при $\varepsilon \rightarrow 0$ до випадкового процесу $\bar{\eta}(t) = (1/t) \int_0^t \bar{d}(\bar{\xi}(s)) ds$, де процес $\bar{\xi}(s)$ є розв'язком стохастичного диференціального рівняння

$$d\bar{\xi}(t) = \bar{f}(\bar{\xi}(t)) dt + \int_{R^d} \bar{q}(\bar{\xi}(t), y) \Pi(dy) dt + \bar{\sigma}(\bar{\xi}(s)) d\bar{w}(t), \bar{\xi}(0) = \xi_0 \quad (2)$$

$\bar{w}(t)$ – деякий d -вимірний Вінерів процес.

2. Якщо $k < k_1$, тоді в рівнянні (2) відсутній коефіцієнт $\bar{f}(x)$;

якщо $k < 2k_2$, тоді в рівнянні (2) відсутній коефіцієнт $\bar{G}(x)$;

якщо $k < 2k_4$, тоді в рівнянні (2) відсутній коефіцієнт $\int_{R^d} \bar{\Phi}(x, y) P_2(dy)$; та якщо $k < k_3$, тоді в рівнянні (2) відсутній коефіцієнт $\int_{R^d} \bar{q}(x, y) P_1(dy)$.

Досліджено граничну поведінку інтегрального функціоналу від розв'язку стохастичного диференціального рівняння, залежного від малого параметра з доданками, що містять процес Вінера, центровану і нецентровану міри Пуассона. Сформульовано і доведено теорему про властивості стохастичного процесу $\eta_\varepsilon(t)$, що залежить від малого параметра. Одержано різні види граничного процесу відносно порядку малості параметра.

Список використаних джерел:

1. Deelstra G. and Delbaen F. Long-term return in stochastic interest rate models, Insurance: Mathematics and Economics, 17, (1995), 163-169.

Степанець Ю.А.

молодший науковий співробітник;

Попенко В.Й.

старший науковий співробітник,

Науково-виробнича корпорація «Київський інститут автоматики»

ДИНАМІЧНЕ ПОЛЕ І РЕНТГЕНІВСЬКЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ АТОМІВ

Електрон внутрішньої оболонки атома розміщується в потенційній чарунці, що утворюється потенціалом ядра і сусідніх електронів, в точці рівно дії сил з боку ядра, і сил між електронної взаємодії $F_{я,е} + F_{е,е} = 0$. У зв'язку K електрона бере участь, також сила, обумовлена слабкою взаємодією його з протоном ядра [1] $F_{я,е} + F_{е,е} + F_{с.в.} = 0$.

Стороння збуджуюча дія може викликати зміщення електрона з місця рівно дії сил. Якщо енергія збуджуючої дії, не перевищує енергію зв'язку електрона у чарунці, електрон не зможе піти з неї і буде здійснювати коливання в її межах. Повертаючі сили, що діють на електрон в його коливаннях, радіального напрямку, тому вірогідніші радіальні коливання електрону. У деякому наближенні, коливання електрона можна рахувати гармонійними.

Динамічні складові радіальних коливань електрона амплітуда, швидкість і прискорення відповідно, рівні:

$$\begin{aligned} r(t) &= r_m \cos(\omega t), v(t) = -r_m \omega \sin(\omega t) = v_m \sin(\omega t), \\ \dot{v}(t) &= -r_m \omega^2 \cos(\omega t). \end{aligned} \quad (1)$$

Частота динамічного поля електрона Ω згідно (18), [1], залежить від квадрата швидкості його руху $\Omega = \Omega_o \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}\right)$.

При гармонійних коливаннях електрона $v(t) = v_m \sin(\omega t)$, частота динамічного поля є квадратичною функцією часу

$$\Omega = \Omega_o \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v_m^2}{c^2} \sin^2 \omega t\right). \quad (2)$$

Перетворимо її, згідно, відомої тригонометричної формули