

Степанець Ю.А.

молодший науковий співробітник;

Попенко В.Й.

старший науковий співробітник,

Науково-виробнича корпорація «Київський інститут автоматики»

ВЗАЄМОДІЇ ЕЛЕКТРИЧНИХ ДИПОЛІВ

Електричний диполь виходить, при розміщенні двох однакових за величиною електричних зарядів різного знаку (q і $-q$) на характеристичній відстані диполя l .

Твір зарядів диполя на відстань між ними називається моментом диполя $d = l \cdot q$. Дипольний момент зручно розглядати, як вектор, спрямований від позитивного заряду до негативного заряду

$$d = l \cdot q. \quad (1)$$

Потенціал електричного поля диполя дорівнює різниці потенціалів в точці спостереження, створюваних його зарядами

$$\varphi_d = \frac{q}{r} - \frac{q}{r_1} = q \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r - l \cos \theta} \right) = q \frac{r - l \cos \theta - r}{r(r - l \cos \theta)} = - \frac{ql \cos \theta}{r^2 - rl \cos \theta}, \quad (2)$$

де r – відстань до позитивного заряду диполя, $r_1 = r - l \cos \theta$ – відстань до негативного заряду диполя, θ – угол між моментом диполя і напрямом в в точку спостереження.

На відстанях, що перевищують характеристичний розмір диполя $r > l$, потенціал дорівнює відношенню скалярного твору моменту диполя і радіус-вектора в точку спостереження до куба відстані

$$\varphi_d = - \frac{ql \cos \theta}{r^2 - rl \cos \theta} = - \frac{ql \cos \theta}{r^2 (1 - \frac{l}{r} \cos \theta)} \approx - \frac{d}{r^2} \cos \theta = - \frac{d \cdot r}{r^3}. \quad (3)$$

Електричне поле диполя, рівне градієнту потенціалу, обернено пропорційне третьої міри відстані і залежить від кута між моментом диполя і напрямом в точку спостереження

$$E_d = \nabla \varphi_d = \nabla \left(- \frac{d \cdot r}{r^3} \right) = \left(3r \frac{d \cdot r}{r^5} - \frac{d}{r^3} \right) = \frac{d}{r^3} \left(3 \frac{r}{r} \cos \theta - \frac{d}{d} \right). \quad (4)$$

Енергія взаємодії електричного диполя d із зарядом Q рівна сумі енергії заряду в полі диполя і енергії диполя в полі заряду E_Q , дорівнює подвоєному твору моменту диполя на заряд, поділеному на квадрат відстані між ними і залежить від орієнтації диполя відносно поля заряду.

$$W_{d,Q} = \varphi_d \cdot Q + d \cdot E_Q = -2 \frac{d \cdot Q}{r^2} \cos \theta. \quad (5)$$

Градієнт енергії взаємодії представляє сили, що діють між зарядом і диполем

$$\nabla W_{Q,d} = \nabla [(\varphi_d \cdot Q) + (d \cdot E_Q)] = F_{Q(E_d)} + F_{d(E_Q)}. \quad (6)$$

$$F_{Q(E_d)} = Q \frac{d}{r^3} \left(3 \frac{r}{r} \cos \theta - \frac{d}{d} \right), F_{d(E_Q)} = Q \frac{d}{r^3} \left(\frac{d}{d} - 3 \frac{r}{r} \cos \theta \right). \quad (7)$$

Сили взаємодії диполя і заряду, обернено пропорційні до третьої міри відстані і залежать від орієнтації диполя відносно напрямку на заряд.

При паралельній орієнтації моменту диполя і вектору напруженості поля заряду, між ними діють сили відштовхування, при анти паралельній – сили тяжіння. Коли диполь перпендикулярний вектору напруженості поля заряду, сили взаємодії дорівнюють нулю.

На диполь в полі заряду діє момент сил рівний векторному твору моменту диполя на вектор електричного поля заряду

$$M_{d, (E_Q)} = d \times E_Q = m_0 \frac{d \cdot Q}{r^2} \sin \theta, \quad (8)$$

де θ – кут між моментом диполя і напрямом на заряд, m_0 – одиничний орт моменту сил, $m_0 \perp d$ і $m_0 \perp E_Q$.

Величина моменту сил обернено пропорційна до квадрата відстані між диполем зарядом, і залежить від орієнтації диполя відносно заряду. Момент сил прагне розгорнути диполь до заряду полюсом протилежного знаку, тобто анти паралельно вектору поля заряду. Орієнтація, при якій енергія взаємодії диполя з полем заряду негативна.

Момент сил має максимальне значення, коли диполь перпендикулярний вектору поля і дорівнює нулю при паралельній і анти паралельній орієнтації диполя вектору поля.

Орієнтація диполя паралельно вектору поля є нестійким станом, оскільки незначне відхилення диполя від неї призводить до виникнення моменту сил спрямованого на збільшення цього відхилення.

Анти паралельна орієнтація стійка. Відхилення від неї призводить до виникнення моменту сил, спрямованого на його зменшення.

При орієнтації диполя паралельної вектору поля між зарядом і диполем діють сили відштовхування. Відхилення від неї призводить до появи моменту сил, прагнучого розгорнути диполь антипаралельно вектору поля, і взаємне відштовхування змінюється тяжінням.

Дія моменту сил спрямована на орієнтацію диполя відносно поля заряду, що відповідає їх взаємному тяжінню. В результаті цього, взаємне тяжіння між вільними диполем і зарядом ймовірніше, ніж взаємне відштовхування. Домінуючою взаємодією вільного електричного диполя і електричного заряду є взаємне тяжіння, що відповідає стійкому стану орієнтації.

Взаємодія двох диполів зводиться до взаємодії одного з них з полем іншого. Енергія взаємодії електричних диполів d_1 і d_2 дорівнює енергії диполя d_1 в полі диполя d_2 , і енергії диполя d_2 в полі диполя d_1

$$\begin{aligned} W_{(d_1 d_2)} &= d_1 \cdot E_{d_2} + d_2 \cdot E_{d_1} = \\ &= d_1 \cdot \frac{1}{4\pi r^3} \left(d_2 - 3r_2 \frac{(d_2 r_2)}{r^2} \right) + d_2 \cdot \frac{1}{4\pi r^3} \left(d_1 - 3r_1 \frac{(d_1 r_1)}{r^2} \right) = \\ &= \frac{1}{4\pi r^3} \left(2d_1 d_2 - 3 \frac{(d_1 r_2)(d_2 r_2)}{r^2} - 3 \frac{(d_2 r_1)(d_1 r_1)}{r^2} \right) = \frac{d_1 d_2}{4\pi r^3} (2\cos\gamma - 6\cos\theta_1 \cos\theta_2), \quad (9) \end{aligned}$$

де r_1 – вектор, що сполучає диполі d_1 і d_2 , θ_1 – кут між вектором r_1 і диполем d_1 , r_2 – вектор, що сполучає диполі d_2 і d_1 , θ_2 – кут між вектором r_2 і диполем d_2 , $r_1 = -r_2$, γ – кут між диполями d_1 і d_2 .

Величина енергії пропорційна твору дипольних моментів, обернено пропорційна до куба відстані між ними, залежить від взаємної орієнтації диполів і їх орієнтації відносно прямої, що сполучає їх.

Енергію взаємодії можна записати твором функції відстані і функції взаємного розташування і орієнтації диполів

$$W_{(d_1 d_2)} = \frac{d_1 d_2}{4\pi r^3} (2\cos\gamma - 6\cos\theta_1 \cos\theta_2), = W(r) \cdot f(\theta_1, \theta_2, \gamma). \quad (10)$$

Залежно від орієнтації диполів, енергія взаємодії може бути, як позитивною, так і негативною.

Градiєнт енергії взаємодії диполів представляє сили взаємодії між диполями [1]

$$\begin{aligned} F_1 &= \nabla (d_1 \cdot E_{d_2}) = \nabla \left[d_1 \cdot \frac{1}{4\pi r^3} \left(d_2 - 3r_1 \frac{(d_2 r_1)}{r^2} \right) \right] = \\ &= \frac{3}{4\pi r^4} \left(4r_1 \frac{(d_1 r_1)(d_2 r_1)}{r^3} - \frac{d_1(d_2 r_1) + d_2(d_1 r_1) + r_1(d_1 d_2)}{r} \right) = \\ &= \frac{3}{4\pi r^4} \left(4 \frac{r_1}{r} \cos\theta_1 \cos\theta_2 - \frac{r_1}{r} \cos\gamma - \frac{d_1}{d} \cos\theta_1 - \frac{d_2}{d} \cos\theta_2 \right). \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} F_2 &= \nabla (d_2 \cdot E_{d_1}) = \nabla \left[d_2 \cdot \frac{1}{4\pi r^3} \left(d_1 - 3r_2 \frac{(d_1 r_2)}{r^2} \right) \right] = \\ &= \frac{3}{4\pi r^4} \left(4r_2 \frac{(d_1 r_2)(d_2 r_2)}{r^3} - \frac{d_1(d_2 r_2) + d_2(d_1 r_2) + r_2(d_1 d_2)}{r} \right) = \\ &= \frac{3}{4\pi r^4} \left(4 \frac{r_2}{r} \cos\theta_1 \cos\theta_2 - \frac{r_2}{r} \cos\gamma - \frac{d_1}{d} \cos\theta_1 - \frac{d_2}{d} \cos\theta_2 \right), \end{aligned} \quad (12)$$

де: F_1 – сила, що діє на диполь d_1 в полі диполя d_2 , F_2 – сила, що діє на диполь d_2 в полі диполя d_1 ; $F_1 = -F_2$. Інші позначення такі ж, як в рівнянні енергії взаємодії диполів (9).

Сили, що діють між диполями обернено пропорційні до четвертої міри відстані між ними, залежать від взаємної орієнтації диполів і орієнтації диполів відносно прямої що сполучає їх. Залежно від орієнтації диполів між ними можуть діяти як сили тяжіння, так і сили відштовхування.

На диполь d_1 в полі диполя d_2 діє момент сил рівний векторному твору дипольного моменту d_1 на вектор напруженості поля, що створюється диполем d_2 [2]

$$M_1 = d_1 \times E_{d_2} = \frac{1}{4\pi r^3} \left(d_1 \times d_2 - 3d_1 \times r_2 \frac{(d_2 r_2)}{r^2} \right) \quad (13)$$

Аналогічно на диполь d_2 діє момент сил M_2 в полі диполя d_1

$$M_2 = d_2 \times E_{d_1} = \frac{1}{4\pi r^3} \left(d_2 \times d_1 - 3d_2 \times r_1 \frac{(d_1 r_1)}{r^2} \right) \quad (14)$$

Моменти сил M_1 і M_2 обернено пропорційні до куба відстані між диполями, залежать від взаємної орієнтації диполів і орієнтації диполів відносно прямої, що сполучає їх.

Моменти сил максимальні для ортогональних диполів і дорівнюють нулю при паралельній і анти паралельній орієнтації диполів.

Завдяки наявності моментів сил сили взаємодії проміж диполями мають не центральний характер, тобто не завжди спрямовані по лінії, що сполучає диполі.

Орієнтація диполів різнойменними зарядами один до одного, при співвісному їх розташуванні, стійка, оскільки незначне відхилення від неї призводить до виникнення моменту сил, спрямованого на зменшення цього відхилення.

Протилежна орієнтація не стійка, оскільки при відхиленні від неї виникає момент сил, спрямований на збільшення цього відхилення і розвороту диполів різнойменними зарядами один до одного.

Енергія взаємодії орієнтації різнойменними зарядами один до одного, негативна, протилежній орієнтації – позитивна.

Моменти сил, що діють на диполі в полі один одного, прагнуть розгорнути їх протилежними зарядами один до одного. Взаємна енергія такої орієнтації диполів негативна і між ними діють сили взаємного тяжіння.

В результаті дії моментів сил, з вірогідністю одиниця між вільними взаємодіючими диполями реалізується взаємне тяжіння.

При взаємному розташуванні диполів, що відповідає рівності нулю моментів сил що діють на диполі, косинуси кутів дорівнюють ± 1 , функція, взаємного розташування і орієнтації диполів, $f(\theta_1, \theta_2, \gamma) = (2\cos\gamma - 6\cos\theta_1\cos\theta_2)$ може приймати одно з чотирьох значень $-4, -8, +4, +8$.

Позитивні значення енергії відповідають силам відштовхування між диполями. Негативна енергія взаємодії може сприяти зв'язаному стану диполів. Таким чином, в залежності від взаємного розташування і орієнтації диполів в зв'язаному стані, енергія зв'язку диполів може набувати два значення

$$W_1 = -4W(r), W_2 = -8W(r). \quad (15)$$

Список використаних джерел:

1. Джексон Дж. Класична електродинаміка, М. Світ 1965.
2. Ландау Л. Д., Ліфшиц Е. М. Теорія поля, М. «Наука» 1967.

Степанець Ю.А.

молодший науковий співробітник;

Попенко В.Й.

старший науковий співробітник,

Науково-виробнича корпорація «Київський інститут автоматики»

ВЗАЄМОДІЯ МАГНІТНИХ ДИПОЛІВ

Особливості взаємодії електричних диполів [1] властиві і магнітним диполям. Спостерігати їх зручно на взаємодії двох однакових циліндричних магнітів, підвішених горизонтально на довгих нитках за точки центру тяжіння.

На великих відстанях взаємодія практично не помітна. При поступовому зближенні, під дією моментів сил відбувається їх взаємна орієнтація протилежними полюсами один до одного.

При подальшому зближенні починає позначатися взаємне тяжіння магнітів, яке відбувається до механічного зіткнення магнітів. Сила тяжіння згідно (11), [1] обернено пропорційна четвертої міри відстані між центрами магнітів. Енергія взаємодії притягнутих магнітів дорівнює енергії зв'язку.

При вимірі сили необхідної для розриву магнітів, що злиплися торцями, і магнітів, сполучених анти паралельно, бічними сторонами, з орієнтацією протилежними полюсами один до одного, виявиться, що в другому випадку