Можна показати, що цей алгоритм не викликає зниження продуктивності. Однак, коректність алгоритму сильно залежить від того факту, що використовується лінійне дослідження хеш-таблиці. Даний алгоритм дозволяє переміщати деякі елементи таблиці, що може виявитися небажано. Інший підхід до проблеми видалення ґрунтується на адаптуванні деяких ідей, що використовуються при складанні сміття: можна зберігати кількість посилань з кожним ключем, що говорить про те, як багато інших ключів стикається з ним. Тоді при обнуленні лічильника можна перетворювати такі осередки в порожні.

Список використаних джерел:

1. Шнайер Б. Прикладная криптография. Протоколы, алгоритмы, исходные тексты на языке Си / Б. Шнайер. – М.: Триумф, 2002.
2. Кнут Д. Искусство программирования. Том 3. Сортировка и поиск = The Artof Computer Programming, vol. 3. Sorting and Searching / Дональд Кнут. – 2-е издание. – М.: Вильямс, 2007. – С. 824.
3. Кормен Т. Алгоритмы: построение и анализ / Т. Кормен, Ч. Лейзерсон, Р. Ривест. – М.: МЦНМО, 2001.
4. Вирт Н. Алгоритмы и структуры данных / Н. Вирт. – М.: Мир, 1989.

Бронза С.Д.
кандидат фізико-математичних наук, доцент,
Харківський державний університет залізничного транспорту
Васильченко Н.В.
асистент,
Краснолиманська філія
Харківського університету залізничного транспорту

ЗВІЛЬНЕННЯ ВІД ІРРАЦІОНАЛЬНОСТІ

Важливе місце в курсі алгебри посідають симетричні многочлени та, зокрема, застосування симетричних многочленів при розв'язуванні рівнянь, систем рівнянь, вилучення коренів, доведення тотожностей, звільнення від ірраціональності у дробах тощо. Цими питаннями займалися багато вчених, зокрема, Франсуа Вієт.

Метод симетричних многочленів відноситься до числа поліноміальних, але принципово відрізняється від вищезгаданих тим, що для обчислення функцій матриці не вимагає знаходження рішень характерного рівняння, а базується лише на використанні коефіцієнтів цього рівняння.

Франсуа Вієт розробив ряд важливих питань теорії рівнянь 1-4 степенів. Він сформулював і довів кілька теорем про взаємозв'язки між коренями і коефіцієнтами рівнянь, зокрема, й теорему про зведене квадратне рівняння (теорема Вієта). На сьогоднішній день теорема Вієта є необхідною і важливою частиною шкільної програми [4, с. 34].

У 8 класі на уроках алгебри в рамках теми перетворення ірраціональних виразів заходить розмова про звільнення від ірраціональності в знаменнику дробу.

Розгляду даного питання присвячені роботи видатних авторів посібників та підручників з алгебри та математики, таких як: Михалевича В., Дода А., Н. Віленкін та ін.

Зокрема, роботи дослідників присвячені розгляду звільнення від ірраціональності лише за допомогою одного методу – множення чисельника і знаменника на відмінне від нуля число або вираз і перетворення виразу в знаменнику. В той же час невирішеним залишається застосування інших методів та прийомів перетворення.

У цій статті роботі ми розглянемо, що це за перетворення, які дії дозволяють звільнитися від ірраціональності в знаменнику дробу, і наведемо рішення характерних прикладів з детальними поясненнями.

Звільнення від ірраціональності в знаменнику дробу – це перетворення, при якому дріб з ірраціональністю в знаменнику замінюється тотожньо дорівним дробом, не містить в знаменнику знаків коренів [1, с. 35].

Дріб складається з чисельника, розташованого зверху лінії, і знаменника, на який він ділиться, розташованого внизу. Ірраціональним називається число, яке може бути представлено у вигляді дробу з цілим числом, в чисельнику і натуральним в знаменнику. Такими числами є, наприклад, квадратний корінь з двох або пі. Зазвичай, коли говорять про ірраціональність в знаменнику, мається на увазі корінь.

Для того, щоб звільнитися від ірраціональності в знаменнику дробу, спочатку потрібно розібратися, що таке ірраціональність в знаменнику і що значить звільнитися від ірраціональності в знаменнику дробу. В цьому нам допоможе інформація з шкільних підручників [1, с. 96; 2, с. 74-75]. Заслуговують на увагу наступні моменти.

Коли запис дробу містить у знаменнику знак кореня (радикал), то говорять, що в знаменнику присутня ірраціональність. Ймовірно, це пов’язано з тим, що записані за допомогою знаків коренів числа часто є ірраціональними числами. В якості прикладу наведемо дроби:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{-2}{\sqrt{x+3}}, \frac{x+y}{\sqrt{x}-2*\sqrt{x*y+1}}, \frac{11}{\sqrt{7-\sqrt{5}}}$$

очевидно, знаменники кожної з них містять знак кореня, а значить і ірраціональність. У старших класах неминуча зустріч з дробами, ірраціональність в знаменниках яких вносить не тільки знаки квадратних коренів, але і знаки кубічних коренів, коренів четвертого ступеня і т.д. Ось приклади таких дробів:

$$\frac{3}{\sqrt[3]{4}}, \frac{1}{\sqrt{x+\sqrt[4]{x*y+\sqrt{y}}}}$$

Часто можна чути, що говорять не звільнитися, а позбавитися від ірраціональності в знаменнику дробу. Зміст при цьому не змінюється.

Наприклад, якщо від дробу $\frac{1}{\sqrt{2}}$ перейти до дробу $\frac{\sqrt{2}}{2}$, значення якого дорівнює значенню вихідного дробу і знаменник якого не містить знака кореня, то можна констатувати, що ми звільнилися від ірраціональності в знаменнику дробу.

Зазвичай для звільнення від ірраціональності в знаменнику дробу використовують два перетворення дроби: множення чисельника і знаменника на відмінне від нуля число або вираз і перетворення виразу в знаменнику. Нижче ми розглянемо, як ці перетворення дробів використовуються в рамках основних способів, що дозволяють позбавитися від ірраціональності в знаменнику дробу. Розглянемо такі випадки [6, с. 104].

В найбільш простих випадках достатньо перетворити вираз у знаменнику. В якості прикладу можна навести дріб, у знаменнику якого знаходиться корінь з дев'яти. У цьому випадку заміна $\sqrt{9}$ його значенням 3 звільняє знаменник від ірраціональності.

У більш складних випадках доводиться попередньо виконувати множення чисельника і знаменника дробу на деяке відмінне від нуля число або вираз, що згодом дозволяє перетворити знаменник дробу до вигляду, який не містить знаків коренів. Наприклад, після множення чисельника і знаменника дробу $\frac{1}{\sqrt{x+1}}$ на $\sqrt{x+1}$, дріб приймає вид $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}*\sqrt{x+1}}$, а далі вираз у знаменнику можна замінити виразом без знаків коренів x+1. Таким чином, після звільнення від ірраціональності в знаменнику дріб $\frac{1}{\sqrt{x+1}}$ приймає вигляд $\frac{\sqrt{x+1}}{x+1}$.

Якщо говорити про загальний випадок, щоб позбавитися від ірраціональності в знаменнику дробу, доводиться вдаватися до різних допустимих перетворень, іноді, досить специфічних.

Як підсумок, для того, щоб позбутися ірраціональності, хочемо запропонувати загальні правила: позбавтеся від ірраціональності множенням на знаменник. Таким чином ірраціональність буде перенесена в чисельник. При збільшенні чисельника і знаменника на одне і те ж число, значення дробу не змінюється. Скористайтеся цим варіантом, якщо весь знаменник являє собою корінь.

Список використаних джерел:

1. Болтянский В. Г., Виленкин Н. Я. Симметрия в алгебре. – М.: МЦНМО, 2002. – 240 с.
2. Вейл Г. Симметрия. – М.: Наука, 1968. – 192 с.
3. Віленкін Н. Я. Метод послідовних наближень. – М.: Физматгіз. – 1961. – 203 с.
4. Винберг Э. Б. Симметрия многочленов. – М.: МЦНМО, 2001. – 24 с.
5. Завало С. Т. та ін. Алгебра і теорія чисел: Практикум. Частина 2. – К.: Вища шк., 1986. – 264 с.
6. Кудряшов Н. А. Симетрия алгебраических и дифференциальных уравнений. Соросовский образовательный журнал. – № 9, 1998. – С. 104-110.