Петрук М.Е.
студент,
Науковий керівник: **Ясько М.М.**
кандидат фізико-математичних наук, доцент,
Дніпропетровський національний університет
імені Олеся Гончара

ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДЛЯ ЧИСЕЛЬНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ ДЛЯ ЕЛІПТИЧНИХ РІВНЯНЬ НА ПРИКЛАДІ БІГАРМОНІЧНОГО РІВНЯННЯ

Багато фізичних проблем, таких як згинання затиснутих тонких пружних пластин, рівноваги пружного тіла в умовах плоскої деформації або потоку сильно в'язкої нестисливої рідини, можуть бути сформульовані в термінах двовимірного бігармонічного рівняння. Метою даної роботи є розробка програмного забезпечення для розв'язування крайових задач для бігармонічного рівняння яке можна використовувати вільно незалежно від платформи.

В процесі розв'язування бігармонічне рівняння [1] було зведено до системи двох рівнянь в частинних похідних другого порядку

$$\begin{cases}\Delta u = v \\ \Delta v = 0\end{cases}$$

Граничні умови для бігармонічного рівняння можуть бути задані наступним чином:

1. $u = f, v = g$
2. $u = f, \frac{\partial u}{\partial n} = g$
3. $u = f, \frac{\partial v}{\partial n} = g$
4. $v = f, \frac{\partial v}{\partial n} = g$

Методом зважених нев'язок було отримане інтегральне формулювання бігармонічного рівняння.

$$\begin{cases} u_m = \int\limits_{\Sigma} \frac{\partial u_p}{\partial n} F_{mp} d\Sigma_p - \int\limits_{\Sigma} u_p \frac{\partial F_{mp}}{\partial n_p} d\Sigma_p - \int_{\Sigma} v_p \Delta_p \frac{\partial G_{mp}}{\partial n_p} d\Sigma_p - \int_{\Sigma} \frac{\partial v_p}{\partial n} G_{mp} d\Sigma_p, \\ v_m = \int\limits_{\Sigma} \frac{\partial v_p}{\partial n} F_{mp} d\Sigma_p - \int\limits_{\Sigma} v_p \frac{\partial F_{mp}}{\partial n_p} d\Sigma_p, \end{cases}$$

де $F_{mp} = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{r_{mp}}$, $G_{mp} = -\frac{1}{8\pi} r_{mp}^2 (\ln r_{mp} - 1)$,

Для чисельного розв'язування був застосований метод граничних елементів [2]. В якості апроксимації були використані постійні граничні елементи. Коефіцієнти результуючої системи лінійних рівнянь обчислювалися аналітично. Розв'язування системи лінійних рівнянь з заповненою матрицею здійснювалося методом Гауса з вибором головного елемента.

Для підготовки вхідних даних для програмного забезпечення була розроблена спеціальна мова яка дозволяла аналітично задати форму границі та крайові умови на ній. Для зручності введення даних також було вбудовано тестовий редактор з підсвіткою синтаксису. Приклад опису крайової задачі в текстовому редакторі наведений на рис. 1.

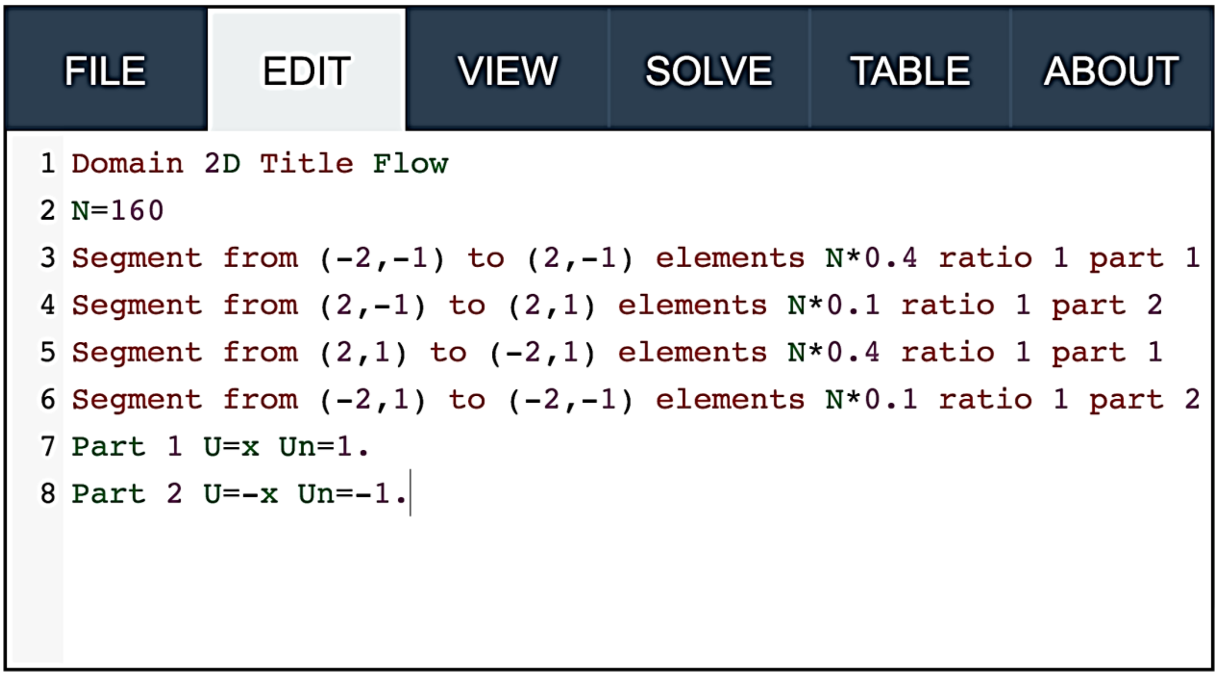

Рис. 1. Опис крайової задачі в текстовому редакторі

Дана мова дозволяє описувати область за допомогою ліній, дуг і параметричних функцій. Крім того вона дозволяє робити рівномірне та нерівномірне розбиття області на граничні елементи. Результати отримані для крайової задачі наведеної на рис. 1, представлені на рис. 2.

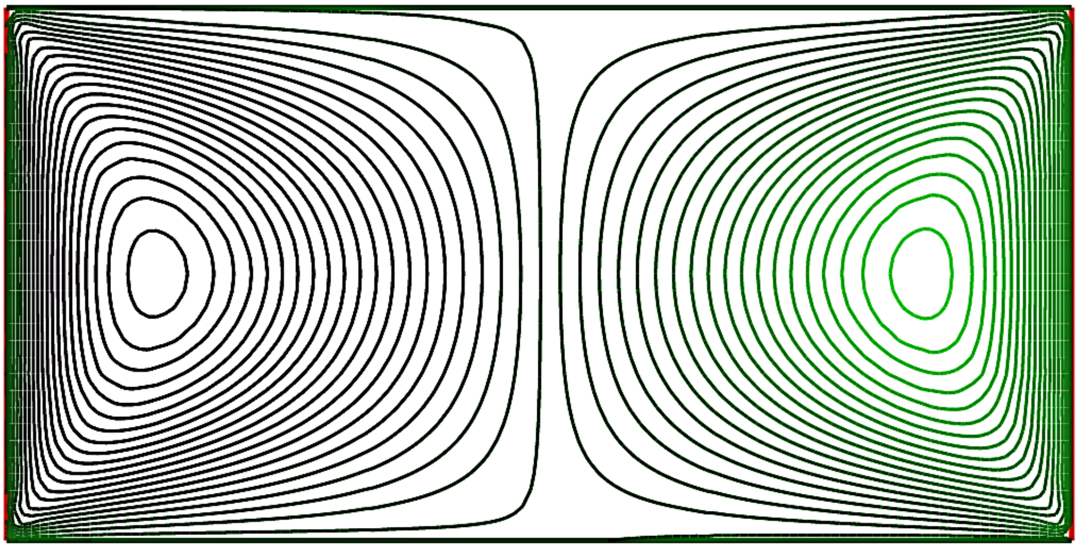

Рис 2. Ізолінії отриманого розв'язку для функції *U*

Програмне забезпечення було розроблене за допомогою засобів сучасних Інтернет-технологій: JavaScript, CSS2, HTML, SVG. Для виконання обчислень була використана технологія WebWorker, що дозволяє використовувати обчислення у фоні не зупиняючи роботу програми. Дане програмне забезпечення може працювати в будь-якому сучасному браузері, що фактично усуває залежність від платформи. Основне призначення цього програмного продукту – розв'язування задач які можуть бути описані в термінах двовимірного бігармонічного рівняння. Завдяки сучасному розвитку Інтернет-технологій переваги використання їх для розробки програмного забезпечення значно зростають.

Список використаних джерел:

1. Тихонов А.Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М.: Наука, 1972. – 736 с.
2. Brebbia C.A., Dominguez J. Boundary Elements: An Introductory Course. – WIT Press, 1994. – 322 p.