

світу, зокрема багатогранників, не як об'єктів геометрії, а як об'єктів мистецтва, об'єктів краси. Як сказав англійський математик, відомий своїми роботами в теорії чисел, Г.Х. Харді: «Там, де краса, діють закони математики».

Список використаних джерел:

1. Родина К.С. Правильные многогранники в изобразительном искусстве // Научное сообщество студентов XXI столетия. Технические науки: сб.ст. по мат. XXXV междунар. студ. науч.-практ. конф. №8(34) [[http://sibac.info/archive/technic/8\(34\).pdf](http://sibac.info/archive/technic/8(34).pdf)]
2. Трійця(Мазаччо) [[https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D1%80%D1%96%D0%B9%D1%86%D1%8F_\(%D0%9C%D0%B0%D0%B7%D0%B0%D1%87%D1%87%D0%BE\)](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D1%80%D1%96%D0%B9%D1%86%D1%8F_(%D0%9C%D0%B0%D0%B7%D0%B0%D1%87%D1%87%D0%BE))]
3. Леонардо да Вінчі [https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9B%D0%B5%D0%BE%D0%BD%D0%B0%D1%80%D0%B4%D0%BE_%D0%B4%D0%B0_%D0%92%D1%96%D0%BD%D1%87%D1%9#.D0.A2.D0.B2.D0.BE.D1.80.D1.87.D0.B5_.D0.B6.D0.B8.D1.82.D1.82.D1.8F]
4. Леонардо да Вінчі [<https://yandex.ua/search/?text=%D0%BB%D0%B5%D0%BE%D0%BD%D0%B0%D1%80%D0%B4%D0%BE%20%D0%B4%D0%B0%20%D0%B2%D1%96%D0%BD%D1%87%D1%96&p=0&rdrnd=950824&lr=10365&redircnt=1494954313.1>]
5. Мауріц Корнеліс Ешер [https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D1%83%D1%80%D1%96%D1%86_%D0%9A%D0%BE%D1%80%D0%BD%D0%B5%D0%BB%D1%96%D1%81_%D0%95%D1%88%D0%B5%D1%80]
6. Тайна вечеря (картина Далі) [[https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%B0%D0%B9%D0%BD%D0%B0_%D0%B2%D0%B5%D1%87%D0%B5%D1%80%D1%8F_\(%D0%BA%D0%B0%D1%80%D1%82%D0%B8%D0%BD%D0%B0_%D0%94%D0%B0%D0%BB%D1%96\)](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%B0%D0%B9%D0%BD%D0%B0_%D0%B2%D0%B5%D1%87%D0%B5%D1%80%D1%8F_(%D0%BA%D0%B0%D1%80%D1%82%D0%B8%D0%BD%D0%B0_%D0%94%D0%B0%D0%BB%D1%96))]
7. Брагина Д.М. Леонардо да Винчи и Лука Пачоли [http://www.vinci.ru/mk_09.html]
8. Математика та мистецтво [https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0_%D1%82%D0%B0_%D0%BC%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D1%86%D1%82%D0%B2%D0%BE]
9. Джотто ді Бондоне [https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B6%D0%BE%D1%82%D1%82%D0%BE_%D0%B4%D1%96_%D0%91%D0%BE%D0%BD%D0%B4%D0%BE%D0%BD%D0%B5]

Пісецька О.В.

студентка,

Науковий керівник: Скакун Л.А.

викладач математики,

*Коледж Чернівецького національного університету
імені Юмені Федьковича*

ЧИСЛА ФІБОНАЧЧІ І ПРИРОДА

Велика книга природи написана

математичними символами.

Галілео Галілей

«Вивчення та спостереження природи породило науку», – писав Цицерон, у першому столітті до нашої ери. У більш пізні часи з розвитком науки й

віддаленням її від природи, вчені з подивом відкривають те, що було відоме ще нашим предкам, але не було підтверджене науковими методами [3].

Послідовність чисел Фібоначчі – це одне з найбільш цікавих, яскравих та вражаючих красою відображень гармонії природи. Практично у всьому нашому світі віддзеркалюються числа Фібоначчі. Вони знайшли своє відображення в природі, космосі, будові людського тіла, конструкції єгипетських пірамід збудовані з врахуванням чисел Фібоначчі, навіть не обминули мистецтво та літературу.

Ніхто не помічав, що в самій назві роману Льва Миколайовича Толстого – «Війна і мир» – закодований закон золотого перерізу. Насправді, назву роману побудовано на перших чотирьох членах ряду Фібоначчі 1, 2, 3, 5. Один прийменник, два іменника, три слова. П'ять букв в першому ключовому слові. Відношення ключових слів $5:3=1,666\dots$ тобто перше раціональне наближення коефіцієнта золотого перерізу [10].

Леонардо Пізанський, відоміший як Фібоначчі, – італійський математик 13 століття, автор математичних трактатів, завдяки яким Європа довідалася про вигадану індійцями позиційну систему числення, відому зараз як арабські цифри, вважається одним з найвидатніших західних математиків Середньовіччя [4].

На честь вченого названо числовий ряд, в якому кожне наступне число дорівнює сумі двох попередніх. Ця числова послідовність носить назву Фібоначчі:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765, 10946, 17711, 28657, 46368, 75025, 121393, 196418, 317811, 514229,...

Цей ряд був відомий ще у Стародавній Індії задовго до Фібоначчі. Свою назву «числа Фібоначчі» отримали завдяки дослідженню властивостей цих чисел, проведених у його праці «Книга абака» (1202 р.) [6]. Важливо відзначити, що Фібоначчі як би нагадав свою послідовність людству. Вона була відома ще древнім грекам і єгиптянам. І дійсно, з того часу в природі, архітектурі, образотворчому мистецтві, математиці, фізиці, астрономії, біології і багатьох інших областях, були знайдені закономірності, описувані коефіцієнтами Фібоначчі. Однак, не буде перебільшенням сказати, що це не просто гра з числами, а найважливіший математичний вираз природних явищ із всіх коли-небудь відкритих.

З тих пір, як Фібоначчі відкрив світу свою послідовність, були знайдені явища природи, в яких ця послідовність грає важливу роль. Одне з них – листорозміщення – правило, за яким розташовуються, наприклад, насіння в суцвітті соняшнику. Насіннячка впорядковані в два ряди спіралей, один з яких йде за годинниковою стрілкою, інший – проти. Раковина закручена по спіралі: якщо її розгорнути, то виходить довжина, яка трохи поступається довжині змії. Невелика, десяти сантиметрова раковина має спіраль довжиною 35 см. Відношення вимірювань завитків раковини стала і дорівнює 1,618.

Ще Гете підкреслював тенденцію природи до спіральності. Спільна робота ботаніків і математиків пролила світло на ці дивні явища природи. З'ясувалося, що розташування листів папороті, цикорія, шишок сосни проявляє себе ряд Фібоначчі, а отже, проявляє себе закон золотого перетину. Павук плете

павутину спіралеподібно; спіраллю закручується ураган; перелякана череда північних оленів розбігається по спіралі [7].

Ще древні греки, а, можливо, і єгиптяни ще раніше, знали пропорцію «золотого перетину». Пропорція золотого перетину – це поділ відрізка на дві нерівні частини, в якому коротка частина, так відноситься до довгої, як довга до всього відрізка. Відношення довгої частини до всього відрізка – це нескінченне число, ірраціональний дріб $0,618\dots$, частка короткої – відповідно $0,382\dots$. Цікавим є той факт, що єгипетські піраміди побудовані саме відповідно до пропорцій золотого перетину [1, с. 42].

Якщо побудувати прямокутник зі сторонами, співвідношення яких буде рівне пропорції «золотого перетину», і вписати в нього ще один «золотий прямокутник», в той – ще один, і так до нескінченності всередину і назовні, то за кутовими точками прямокутників можна буде провести спіраль. Цікаво, те що така спіраль співпадатиме зі зрізом раковини Наутилуса, а також іншими спіралями, які поширені в природі. Далекі спіральні галактики, які зняли супутники, також закручуються по спіралі Фібоначчі. Подвійною спіраллю закручена молекула ДНК. «Золоту пропорцію» можна побачити і в будові тілі метелика, у відношенні грудної та черевної частини її тільца, а також дану пропорцію можна побачити у будові тіла бабки [8].

Закономірності золотого перетину та пропорції виявляються в енергетичних переходах елементарних частинок, у будові деяких хімічних сполук, у планетарних і космічних системах, у генних структурах живих організмів. Ці закономірності, як вказано вище, є в будові окремих органів тіла людини, а також виявляються в біоритмах і функціонуванні головного мозку та зорового сприйняття. Відомо, що І. Тіціус (1729-1796), німецький фізик та астроном, за допомогою Послідовності Фібоначчі знайшов закономірність і порядок у відстанях між планетами Сонячної системи [9].

Пропорції тіла людини також включають в себе золотий перетин. Дійсно, в природі і людському тілі є багато пропорційних співвідношень, близьких до тих, які Фібоначчі називав золотим перетином.

З метою дослідження золотого перетину Фібоначчі, було проведено виміри тіла людини. Провівши ряд розрахунків, можна назвати основні золоті пропорції тіла:

- співвідношення росту тіла до відстані від п'ят до точки пупа становить $1,6172$ ($169/104,5$);
- співвідношення відстані від кінчиків пальців до ліктя і від зап'ястя до ліктя становить $1,6226$ ($43/26,5$);
- співвідношення відстані від рівня плеча до верхівки голови і розміру голови становить $1,619$ ($34/21$);
- співвідношення відстані від точки пупа до верхівки голови і від рівня плеча до верхівки голови становить $1,6104$ ($62/38,5$);
- співвідношення відстані від точки пупа до колін і від колін до ступень становить $1,6176$ ($55/34$);
- співвідношення відстані висота обличчя до ширини обличчя, становить $1,6016$ ($20,5/12,8$);

- співвідношення відстані від верхньої лінії брів до середньої лінії губ і від верхньої лінії брів до ніздрів становить 1,6071 (9/5,6); 8)
- співвідношення відстані розміру голови і верхньої лінії брів до підборіддя становить 1,6102 (19/11,8); 9)
- співвідношення ширини рота до ширини носа становить 1,600 (4,8/3); 10)
- співвідношення відстані між очима і верхньою лінією брів становить 1,600 (4/2,5).

Так, провівши виміри тіла людини, можна зробити висновок, що середнє значення пропорції тіла коливається в границях співвідношення:

$$42 : 26 = 1,615 [7].$$

Отже, інтерес до чисел Фібоначчі значно зріс у наш час, це пояснюється тим, що вони знайшли своє відображення та застосування у різних сферах діяльності людей, ними цікавляться як численні любителі, так і математики-професіонали: на основі Фібоначчієвої системи числення будується універсальний код для натуральних чисел (1, 2, 3..), що використовує послідовності бітів; з допомогою послідовності Фібоначчі представляють архітектуру і живих істот, і рукотворних споруд, і будову Галактик, в літературі, архітектурі, програмуванні та ін. Це свідчить про незалежність послідовності Фібоначчі від умов її прояву, що є однією з ознак її універсальності.

Послідовність Фібоначчі переслідує нас у всіх сферах життя, починаючи від мистецтва – симетрія та золотий перетин, що використовуються при побудові картин, архітектури – відношення стін кімнат, відповідно до послідовності Фібоначчі, при побудові будинку, закінчуючи – анатомією людини – кровоносні артерії, астрономією – розташування планет, хімією – будова хімічних сполук, математикою, а також, інформатикою – побудова системи кодування, яка є рушієм прогресу на даному етапі існування людства. Найбільший внесок числа Фібоначчі приносять в природу, так як майже кожен живий організм побудований відносно даної системи числення. Людина, може навіть не здогадуватися, що звичайний листочок папороті приховує у собі складні математичні розрахунки та формули. З кожним роком прагнення дослідити предмети та явища людського буття зростає, тому й зростає зацікавленість та важливість розуміння чисел Фібоначчі, які займають важливу роль у становленні сучасного світу та пізнанні минулого [2, 19].

Дана тема буде актуальною ще довгий час, і будуть відкриватися все нові і нові факти, що підтверджують присутність і вплив послідовності Фібоначчі на природу та життя людини.

Список використаних джерел:

1. Стахов А.П. Коды золотой пропорции. Москва, Издательство «Радио и Связь», 1984. – С. 150.
2. Ковалев Ф.В. Золотое сечение в живописи. Киев, Издательство «Вища школа», 1989. – С. 142.
3. <http://juliagalant.blogspot.com/2012/09/>
4. <https://uk.wikipedia.org/wiki/Фібоначчі>
5. <http://formula.co.ua/blog/pro-chysla-fibonachchi/>

6. http://oplib.ru/dom/view/75765_matematika_u_perv_snomu_susp_1_stv
7. <http://svitppt.com.ua/algebra/ponyattya-pro-chisla-fibonachchi.html>
8. <http://www.epochtimes.com.ua/novyny-nauky/geometriya-yaku-stvoryla-pryroda-fraktaly-105522>
9. <http://article/chisla-fibonachchi-ta-zolota-proportsiya-tvorcha-r.html>
10. <http://svitppt.com.ua/rizne/matematika-i-mistectvo.html>

Фостенко К.В.

студент;

Ковтонюк І.Ю.

старший викладач,

Національний авіаційний університет

ЗАСТОСУВАННЯ РЕГРЕСІЙНОГО АНАЛІЗУ ДЛЯ ЗНАХОДЖЕННЯ ТА УСУНЕННЯ ЗМІННИХ СИСТЕМАТИЧНИХ ПОХИБОК

У даній статті розглянуто алгоритм та практичне застосування методу регресійного аналізу як способу перевірки результатів вимірювання на наявність систематичної зростаючої або спадної складової похибки, а також її усунення.

Досить часто в результаті вимірювання можна отримати значення, в яких присутня систематична похибка, зумовлена різними чинниками, наприклад, часом прогрівання засобу вимірювальної техніки (ЗВТ).

Залежно від характеру зміни значення в часі розрізняють сталі (систематичні) та змінні (прогресуючі, регулярні та випадкові) похибки.

Одним із методів виявлення змінної систематичної похибки є регресійний аналіз (залежність однієї величини від іншої). Його використання проводиться на основі побудованого рівняння регресії і визначення внеску кожної незалежної змінної у варіацію досліджуваної (прогнозованої) величини.

Розглянемо алгоритм усунення змінної систематичної похибки:

нехай у результаті вимірювання отримано N кількість значень величини Y_i , у моменти часу T_i , де $i = 0, \dots, N$.

1) Визначення наявності кореляції:

$$r = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} ((T_i - x_{mean}) \cdot (Y_i - y_{mean}))}{\sqrt{\sum_{i=0}^{N-1} (T_i - x_{mean})^2 \cdot \sum_{i=0}^{N-1} (Y_i - y_{mean})^2}}, \quad (1)$$

$$\text{де } x_{mean} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} T_i, \quad y_{mean} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} Y_i \quad (2)$$

2) Перевірка значущості коефіцієнта кореляції:

$$t = \left| \frac{r \cdot \sqrt{N-2}}{\sqrt{1-r^2}} \right| \quad (3)$$