

ТЕХНІЧНІ НАУКИ

Бугайов М.В.

ад'юнкт,

Житомирський військовий інститут імені С.П. Корольова

ВПЛИВ ВІДНОШЕННЯ СИГНАЛ-ШУМ НА СТАТИСТИЧНИЙ ПОКАЗНИК ЯКОСТІ СПЕКТРАЛЬНИХ ОЦІНОК

Розрахунок порогу виявлення сигналів потребує адаптації до інтенсивності шуму в смузі частот, що аналізується. В якості характеристики інтенсивності шуму при цьому використовують середнє значення шумових відліків. При точно відомому положенню на вісі частот ділянок, що містять лише шумові відліки, подібний підхід гарантує отримання ефективної оцінки величини порогу виявлення [1]. В даній роботі запропоновано інший підхід до визначення порогу, що ґрунтується на використанні статистичного показника якості (СПЯ).

Визначення СПЯ та меж його значень. На коротких інтервалах часу (одиниці–десятки мс) більшість сигналів можна вважати стаціонарними і для їх обробки (виявлення) використовувати методи спектрального аналізу. На даний час відома значна кількість методів спектрального оцінювання [2]. В даній роботі обмежимося розглядом періодограми, що є квадратом модуля швидкого перетворення Фур'є (ШПФ) [3].

Вираз для обчислення відліків спектральної щільності потужності (СЩП) $P_{xx}[k]$ вхідного сигналу $x[n]$ при його довжині N будемо розраховувати відповідно до виразу [3]

$$P_{xx}[k] = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j2\pi k \frac{n}{N}} \right|^2. \quad (1)$$

Тоді СПЯ можна визначати як відношення дисперсії оцінки СЩП до квадрату середнього значення цієї оцінки [4]

$$Q = \frac{\sigma_{P_{xx}}^2}{m_{P_{xx}}^2}, \quad (2)$$

де $\sigma_{P_{xx}}^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{0,5N} (P_{xx}[k] - m_{P_{xx}})^2$ – вибіркова дисперсія СЩП;

$m_{P_{xx}} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{0,5N} P_{xx}[k]$ – вибіркоче середнє СЩП;

$P_{xx}[k]$ – відліки нормованої до енергії сигналу СЩП аналітичного сигналу.

Вибіркове середнє СЦП $m_{P_{xx}}$ для будь-якого нормованого спектрального портрету, для якого виконане нормування до енергії сигналу $\sum_{k=1}^{0,5N} P_{xx}[k] = 1$, матиме значення $m_{P_{xx}} = N^{-1}$.

Після цього вираз для дисперсії СЦП можна записати у такому вигляді:

$$\sigma_{P_{xx}}^2 = \frac{1}{N} \left(\sum_{k=1}^{0,5N} P_{xx}^2 - m_{P_{xx}}^2 \right) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{0,5N} P_{xx}^2 - \frac{1}{N^3} \quad (3)$$

Тоді вираз для СПЯ (2) можна переписати таким чином:

$$Q = \frac{N^2 \sum_{k=1}^{0,5N} P_{xx}^2 - 1}{N} \quad (4)$$

Визначимо верхню та нижню межі значень для Q , тобто його можливі значення. Для цього розглянемо два граничних випадки:

а) вхідний сигнал представляє собою гармонічне коливання з кількістю періодів аналізу, що кратна частоті дискретизації (це виключить ефект витікання ШПФ), який на частоті сигналу дасть значення СЦП рівне 1 і нульове на решті частот;

б) вхідний сигнал представляє собою ідеальний білий шум, що має однакову СЦП на всіх частотах, яка становить N^{-1} .

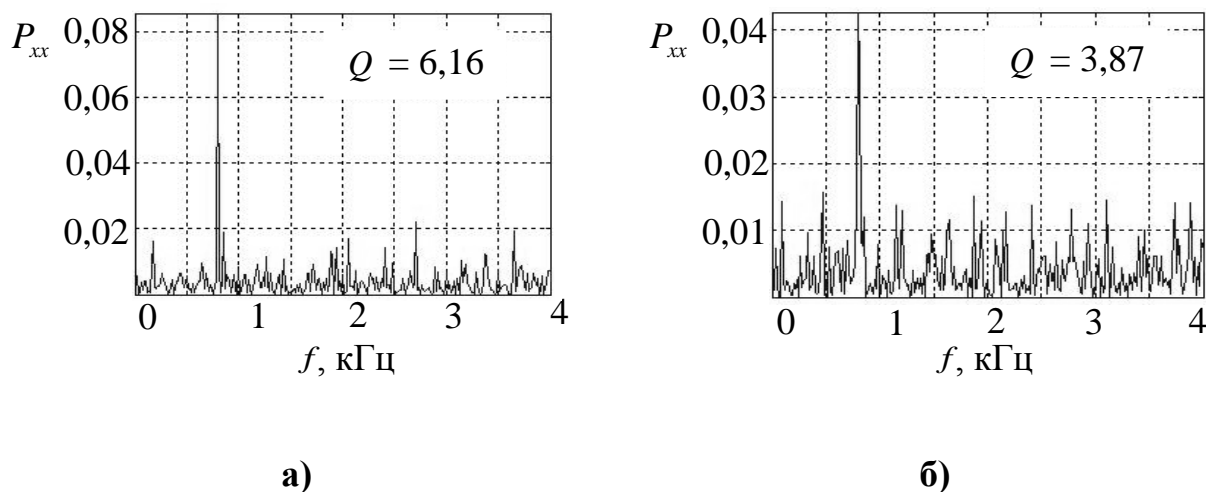
Для першого випадку значення суми квадратів спектральних відліків становитиме 1 і значення СПЯ може бути розраховане як $Q = (N^2 - 1)N^{-1}$ або при великих $N - Q \approx N$. Для другого випадку сума квадратів спектральних відліків складатиме N^{-2} і $Q = (N - 1)N^{-1}$ або при великих $N - Q \approx 1$. Оскільки ідеальний білий шум є математичною абстракцією, то значення СПЯ при розрахунках періодограми реальних сигналів завжди буде знаходитися в межах $1 < Q \leq N$.

Вплив ВСШ на значення СПЯ гармонічного коливання. Дослідження впливу ВСШ q_{ex}^2 на значення СПЯ проведемо шляхом математичного моделювання в середовищі Matlab. Шум будемо генерувати за допомогою функції *randn*, який можна віднести до категорії білих.

В якості сигналу будемо використовувати гармонічне коливання з частотою дискретизації $f_s = 8$ кГц. Щоб уникнути ефекту витікання ШПФ, частота даного коливання f_0 повинна співпадати з частотою одного з його бінів – $f_0 = mf_s N^{-1}$, де $m = 1, 2, \dots, 0,5N$. В такому разі вся енергія буде зосереджена на частоті, що відповідає біну з номером m , а значення його СЦП становитиме 1. Якщо ж значення частоти вхідного коливання не співпадатиме з частотою біна, то буде проявлятися ефект витікання. Це є негативним явищем, яке проявляється в переважній більшості випадів під часу аналізу реальних

сигналів і призводить до зменшення ВСШ. Найбільшим зниження ВСШ буде тоді, коли частота вхідного сигналу буде знаходитися точно по середині між значеннями бінів, тобто $m = P + 0,5$, де P – ціле і менше m (найгірший випадок витікання).

На рис. 1 а показано СЦП гармонічного коливання без витікання та з найгіршим випадком витікання рис. 1 б при значенні ВСШ $q_{ex}^2 = -10$ дБ. Як бачимо, негативний вплив витікання проявляється у зменшенні значення СЦП гармонічного коливання (приблизно у два рази), що призводить до зменшення ВСШ у спектральній області і, як наслідок, зменшення СПЯ.



**Рис. 1. СЦП гармонічного коливання без витікання (а)
та з найгіршим випадком витікання (б), $q_{ex}^2 = -10$ дБ**

Джерело: розроблено автором

На рис. 2 показано залежності значення СПЯ від ВСШ для різних значень довжини ШПФ. Суцільними лініями показано залежності Q для гармонічного коливання без витікання і пунктирними – для найгіршого випадку витікання. При високих ВСШ (більше 20 дБ) і цілому m значення СПЯ досягає своєї верхньої межі і становить $Q \approx N$, а для $m = n + 0,5$, складає близько третини від цього значення $Q \approx 0,33N$.

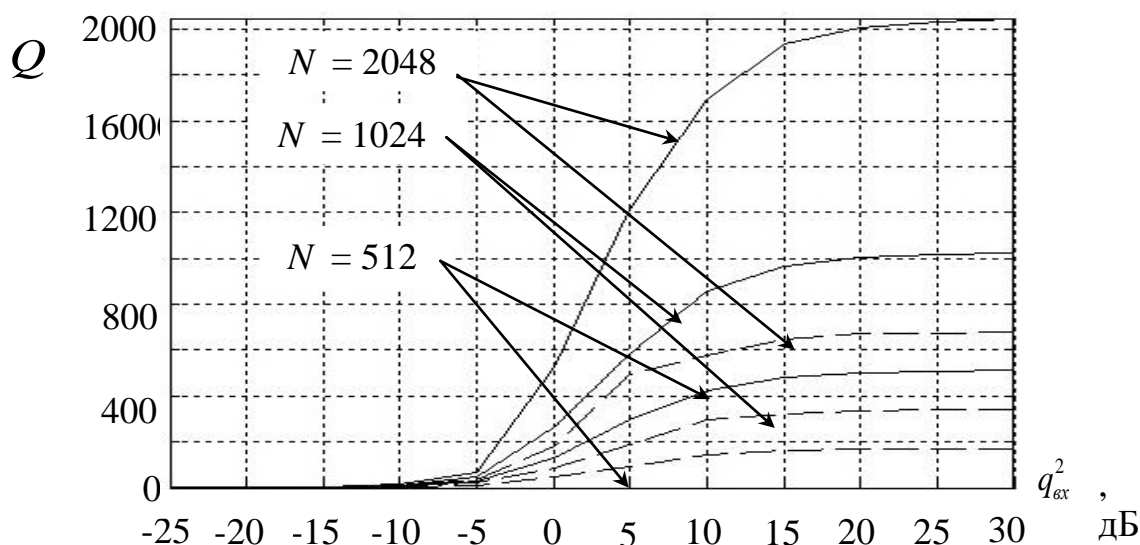


Рис. 2. Залежність Q для гармонічного сигналу від q_{ex}^2 при різних значеннях довжини ШПФ

Джерело: розроблено автором

Криві для інших ступенів витікання будуть знаходитися між суцільною та пунктирною лініями для відповідного N .

Проведений у роботі аналіз впливу ВСШ на значення СПЯ спектрального портрету показав, що при спектральній обробці сигналів у спектральній області зниження ВСШ завжди призводить до зменшення СПЯ. Використовуючи даний показник, що враховує лише структурні особливості сигналів, можна проводити порогову обробку сигналів в частотній області без вимірювання рівня фонового шуму.

Список використаних джерел:

1. Токарев А. Б. Применение СМОШ – статистик для расчета порога панорамного обнаружения сигналов / А. Б. Токарев // Радиотехника. – Воронеж, 2012. – Вып. 2. – С. 53-59.
2. Марпл-мл. С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения / С. Л. Марпл-мл; пер. с англ. – М. : Мир, 1990. – 584 с.
3. Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов / Р. Лайонс; пер. с англ. под ред. А. А. Бритова. – [2-е изд.]. – М. : ООО Бином-Пресс, 2006. – 656 с.
4. Современные методы цифровой обработки сигналов (цифровой спектральный анализ). Учебно-методический материал по программе повышения квалификации «Современные системы мобильной цифровой связи, проблемы помехозащищенности и защиты информации» / В. И. Кривошеев. – Нижний Новгород, 2006. – С. 29.