Попенко В.Й.
Науково-виробнича корпорація «Київський інститут автоматики»

ПОЛЕ ЕЛЕКТРОНА В ДІНАМІЧНОМУ УЯВЛЕНІ

Анотація
Для пояснення характеристики електрона частота електрона запропонована ідея динамічного поля електрона. Вказані причини, утрудняють експериментальне спостереження динамічності поля електрона. Приведені факти, що доводять динамічну суть поля електрона. Розглянуті можливі перспективи розвитку ідеї динамічного поля електрона і заряджених часток в сучасному природознавстві.
Ключові слова: поле електрона, Комптонівська довжина хвилі електрона, анігіляція, електродинаміка, випромінювання, електромагнітні хвилі.

Popenko V.I.
Research and Production Corporation «Kyiv Institute of Automation»

ELECTRON FIELD IN DYNAMIC PRESENTATION

Summary
For explanation of such characteristic of electron as frequency of electron, the idea of the dynamic field of electron is offered. Reasons hampering the experimental observation of dynamic quality of the field of electron are indicated. The facts, proving dynamic essence of the field of electron, are provided. The possible prospects of development of the idea of the dynamic field of electron and charged particles are considered in modern natural science.
Keywords: field of electron, Compton wavelength of the electron, annihilation, electrodynamics, radiation, electromagnetic waves.

УДК 519.49

РУЧНІ СКІНЧЕННІ ГРУПИ ВІДНОСНО ПРОЕКТИВНИХ ЗОБРАЖЕНЬ НАД КОМУТАТИВНИМИ КІЛЬЦЯМИ

Стойка М.В.
Ужгородський національний університет

В даній роботі розглядаються проективні зображення скінченних груп над кільцем цілих p-адичних чисел $\mathbb{Z}_p$. Досліджується кільце $\Lambda = (G, \mathbb{Z}_p, \lambda)$, що є схрещеним груповим кільцем скінченної p-групи G і кільця цілих p-адичних чисел $\mathbb{Z}_p$. Розглядається задача про опис всіх нееквівалентних матричних $\mathbb{Z}_p$-зображень кільця $\Lambda = (G, \mathbb{Z}_p, \lambda)$. Система факторів $\{\lambda_{a,b}\}$ вибирається при умові, що $\lambda_{a,b} \in \mathbb{Z}_p^*, a,b \in G$. Отримано необхідну і достатню умови ручності задачі описання проективних $\mathbb{Z}_p$-зображень скінченної групи G при деяких умовах.
Ключові слова: проективні зображення, схрещене групове кільце, кільце цілих p-адичних чисел, система факторів, ручні групи.

Постановка проблеми. Теорія зображень скінченних груп над полями достатньо добре вивчена. Для таких груп повністю визначено зображувальний тип. У класичному випадку, тобто коли характеристика поля не ділить порядку скінченної групи, група завжди має скінченний зображувальний тип. Це означає, що з точністю до еквівалентності група має скінченне число нерозкладних зображень і у цьому випадку кожне нерозкладне зображення є незвідним прямим доданком регулярного зображення. У модулярному випадку, тобто коли характеристика p поля ділить порядок групи, група має скінченний тип лише тоді, коли її силівська p-підгрупа є циклічною. У модулярному випадку для більшості скінченних груп задача про опис їх зображень включає в себе задачу про класифікацію пар матриць з точністю до подібності. Такі групи називаються дикими, а групи, що допускають явний опис зображень, – ручними.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Важливим етапом у теорії зображень груп було виникнення теорії проективних зображень скінченних груп. Основи теорії проективних зображень скінченних груп над полем комплексних чисел $\mathbb{C}$ закладені І. Шуром в роботах [1], [2]. П. М. Гудивок [3] досліджував проблему, коли задача описання нееквівалентних матричних $\mathbb{Z}_p$-зображень скінченної групи і кільця цілих p-адичних чисел $\mathbb{Z}_p$ є дикою, тобто включає задачу про подібність пар $n \times n$ матриць при $p>2$.

Виділення не вирішених раніше частин загальної проблеми. Задачу дикості або ручності описання нееквівалентних матричних $\mathbb{Z}_p$-зображень скінченної групи і кільця цілих p-адичних чисел $\mathbb{Z}_p$ у випадку, коли $p=2$ ще не до кінця розв'язано.

Мета статті. Головною метою цієї роботи є описання ручних скінченних груп над кільцем цілих p-адичних чисел.

Виклад основного матеріалу. Основним результатом статті є наступна теорема.

Теорема 1. *Нехай G – скінченна група з силовською p-підгрупою H. Задача описання всіх*

ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ НАУКИ

нееквівалентних проективних $\mathbb{Z}_p$-зображень групи G є ручною тоді і тільки тоді, коли виконується одна з наступних умов:

1) H – циклічна група порядку p^r ($r\leq 2$);

2) H – циклічна група порядку 8;

3) H – абелева група типу (2,2).

Нехай G – скінченна p-група, $\mathbb{Z}_p$ – кільце цілих p-адичних чисел, $\mathbb{Z}_p^*$ – мультиплікативна група кільця $\mathbb{Z}_p$ і $\Lambda = (G, \mathbb{Z}_p, \lambda)$ – схрещене групове кільце групи G і кільця $\mathbb{Z}_p$ з системою факторів $\{\lambda_{a,b}\}$ ($\lambda_{a,b}\in\mathbb{Z}_p^*, a,b\in G$).

Теорема 2. ([3]) *Нехай G – циклічна p-група порядку p^m ($m\geq 1$, $p>2$). Кільце $\Lambda = (G, \mathbb{Z}_p, \lambda)$ не є диким тоді і тільки тоді, коли коли виконується одна з наступних умов:*

1) G – група порядку p^r ($r\leq 2$);

2) число нееквівалентних незвідних матричних $\mathbb{Q}_p$-зображень алгебри $\widetilde{\Lambda} = \mathbb{Q}_p \otimes_{\mathbb{Z}_p} \Lambda$ менше 3.

Із результатів, які отримали Ю.А. Дроздом [4], В.М. Бондаренком, П.М. Гудивком [5], Е. Дітеріх [7], а також із тих, що виклали в своїй книзі Ч. Кертіс та І. Райнер [6] випливають наступні теореми.

Теорема 3. ([4], [5]). *Нехай G – скінченна p-група і $\Lambda = (G, \mathbb{Z}_p, \lambda)$ – схрещене групове кільце групи G і кільця цілих p-адичних чисел $\mathbb{Z}_p$ з системою факторів із $\mathbb{Z}_p^*$. $\widehat{\Lambda} = \mathbb{Q}_p \otimes \mathbb{Z}_p \Lambda$, $T_2 = \mathbb{Q}_2(\sqrt{5})$, $\widehat{\Lambda}' = T_2 \otimes \mathbb{Q}_p \widehat{\Lambda}$ і d є числом нееквівалентних матричних $\mathbb{Q}_p$-зображень алгебри $\widehat{\Lambda}$. $n(\Lambda)$ – число нееквівалентних нерозкладних матричних $\mathbb{Z}_p$ – зображень кільця Λ є скінченним тоді і тільки тоді коли виконується одна з наступних умов:*

1) G – циклічна група порядку p^r ($r\leq 2$);

2) G – циклічна -група ($p>2$) і $d<3$;

3) G – циклічна 2-група і $d=1$;

4) G – абелева група типу (3, 3) і $d=2$;

5) G – абелева група типу (2^m, 2) ($m\geq 1$) і кільце $\Lambda' = R_2 \otimes \mathbb{Z}_2 \Lambda$($R_2$ – кільце цілих величин поля T_2) задається співвідношеннями:

$$u^2m = -5^r,\ v^2 = 1,\ uv = vu\ (0\leq r<2m);$$

6) G – абелева група типу (2^m, 2) ($m\geq 1$) і $\Lambda = (G, \mathbb{Z}_p, \lambda)$ не комутативне кільце і $\widehat{\Lambda}' = T_2 \otimes \mathbb{Q}_p \widehat{\Lambda}$ є простою алгеброю;

7) G – група діедра і $\widehat{\Lambda}' = T_2 \otimes \mathbb{Q}_p \widehat{\Lambda}$ є простою алгеброю.

Теорема 4. ([6], [7]) *Нехай G – скінченна p-група і $|G|>1$, F_p – скінченне розширення поля $\mathbb{Q}_p$, K_p – кільце цілих величин поля F_p, T_p – поле інерції поля F_p. Група G є ручною над кільцем K_p тоді і тільки тоді коли виконується одна з умов:*

1) G – абелева група типу (2, 2) і $F_2 = T_2$;

2) G – циклічна -група порядку p ($p>2$) і $F_p = T_p$;

3) G – циклічна 2-група порядку 8 і $F_2 = T_2$;

4) G – група порядку p ($p>3$) і $(F_p : T_p)\leq 2$;

5) G – циклічна група порядку 4 і $(F_2 : T_2)\leq 2$;

6) G – група порядку 3 і $(F_3, T_3)\leq 4$;

7) G – група порядку 2.

Нам знадобиться наступна лема.

Лема 1. *Нехай H – підгрупа скінченої групи G. $\Lambda = (G, \mathbb{Z}_p, \lambda)$ – схрещене групове кільце групи G і кільця цілих p-адичних чисел $\mathbb{Z}_p$ з системою факторів із $\mathbb{Z}_p^*$, $\Lambda_H = (H, \mathbb{Z}_p, \lambda)\subset\Lambda$. Якщо Λ_H є диким кільцем над $\mathbb{Z}_p$, тоді і Λ є диким кільцем над $\mathbb{Z}_p$.*

Доведення. Нехай M – Λ_H-модуль з скінченним $\mathbb{Z}_p$-базисом і $M^\Lambda = \Lambda\otimes\Lambda_H M$, де $u(v\otimes m)=uv\otimes m$ ($u,v\in\Lambda, m\in M$). Нехай $\{u_g|g\in G\}$ є природнім $\mathbb{Z}_p$-базисом кільця Λ. Тоді можемо записати

$$M^\Lambda = u_{g1} \otimes M \otimes \ldots \otimes u_{gs} \otimes M, \qquad (1)$$

де g_1, g_2, ..., g_s є представниками системи лівих суміжних класів групи G за підгрупою H ($g_1 = e$). Очевидно, що u_e – одиничний елемент кільця Λ і $u_e \otimes M \cong M$ як Λ_H модуль. Тоді, легко бачити, що $W = u_{g2} \otimes M \otimes \ldots \otimes u_{gs} \otimes M$ є Λ_H-модуль з скінченним $\mathbb{Z}_p$-базисом. Тоді з (1) випливає, що

$$(M^\Lambda)_{\Lambda_H} \cong M \oplus W. \qquad (2)$$

Звідси, якщо M_1 – Λ_H-модуль з скінченним $\mathbb{Z}_p$-базисом, тоді

$$(M_1^\Lambda) \cong M_1 \oplus W_1 \qquad (3)$$

Як відомо, для Λ-модулів справедлива теорема Крулля-Шмідта, тоді з (2) і (3) отримаємо, що задача ізоморфізму Λ-модулів M^Λ і M_1^Λ включає задачу ізоморфізму Λ_H-модулів M та M_1. Таким чином, якщо Λ_H є диким над $\mathbb{Z}_p$, тоді Λ також дике над $\mathbb{Z}_p$. Лема доведена.

Лема 2. ([7]) *Нехай F_p – скінченне розширення поля $\mathbb{Q}_p$, T_p – скінченне нерозгалужене розширення поля F_p, R_p (L_p) – кільце цілих величин поля F_p (T_p) і Λ є скінченновимірним R_p-порядком в сепарабельній F_p-алгебрі і $\Lambda' = L_p \otimes_{R_p} T_p$. Λ-порядок є диким над R_p тоді і тільки тоді якщо Λ'-порядок є диким над L_p.*

Лема 3. *Нехай G – циклічна 2-група порядку $|G| = 2^m$ ($m\geq 1$), $\Lambda = (G, \mathbb{Z}_p, \lambda)$ – схрещене групове кільце групи G і кільця цілих 2-адичних чисел $\mathbb{Z}_2$ з системою факторів $\{\lambda_{a,b}\}$ ($\lambda_{a,b}\in\mathbb{Z}_2^*$). Схрещене групове кільце Λ є ручним над $\mathbb{Z}_2$ тоді і тільки тоді коли виконується одна з наступних умов:*

1) $|G| \leq 8$;

2) $|G| = 2^m$ ($m > 3$) і $\widehat{\Lambda} = \mathbb{Q}_2 \otimes_{\mathbb{Z}_2} \Lambda$ є полем.

Доведення. Як відомо, якщо G є циклічною групою порядку 2^m ($m\geq 1$), тоді кільце $\Lambda = (G, \mathbb{Z}_2, \lambda)$ може бути задане наступними співвідношеннями:

$$u^{2^m} = \pm 5^r (0 \leq r \leq 2^m)$$

Розглянемо наступні можливі випадки.

1) Нехай $u^{2^m} = -5^r (0 \leq r \leq 2^m)$. Тоді $\Lambda \cong Z_2[\theta]$, де θ – корінь незвідного многочлена: $x^{2^m} + 5^r$ над полем $\mathbb{Q}_2$. В цьому випадку $n(\Lambda)<\infty$($n(\Lambda)$ – число нееквівалентних нерозкладних матричних $\mathbb{Z}_2$-зображень кільця Λ).

2) Нехай $u^{2^m} = 5^r (0 \leq r \leq 2^m)$. Випадок $r = 0$ є очевидним (теорема 2). Нехай далі $r \neq 0$. Тоді $r = 2^s$ ($0\leq S\leq m$). В цьому випадку ми теж отримаємо декілька випадків.

а) Нехай $S = 4$ і $m = 5$, тобто $u^{2^5} = 5^{2^4}$. Поставимо $u_1 = \frac{u^2}{5}$. Тоді отримаємо: $u_1^{2^4} = \frac{u^{2^5}}{5^{2^4}} = 1$. Звідси кільце Λ містить $\mathbb{Z}_2$H (H – циклічна група 16-го порядку). Тоді на основі теореми 3 ми отримаємо, що Λ є диким кільцем над кільцем $\mathbb{Z}_2$.

b) $S = 0$. Тоді, як відомо, $n(\Lambda)<\infty$.

c) $S = 3$, $m = 4$, тобто $u^{16} = 5^8$. Тоді маємо

$$x^{16} - 5^8 = (x^8 + 5^4)(x^4 + 5^2)(x^2 + 5)(x^2 - 5).$$

Нехай $T = \mathbb{Q}_5$ і R є кільцем цілих величин поля T. Тоді отримаємо, що алгебра $T \otimes \mathbb{Q}_2\Lambda$ матиме 5 незвідних T-зображень, бо $x^2 - 5 = (x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5})$. Таким чином беручи до уваги лему 2 отримаємо, що Λ є диким порядком над $\mathbb{Z}_2$.

d) $S = 2$, $m = 3$, тобто $u^8 = 5^4$.

Перейдемо до розгляду поля $T = \mathbb{Q}_5(\sqrt{5})$. Нехай R – кільце цілих величин поля T. Тоді отримаємо: $u_1^8 = 1$, де $u_1 = \frac{u}{\sqrt{5}}$. Звідси та з [3] одержуємо, що Λ не є диким кільцем.

e) Нехай $S = 2$, $m = 4$, тобто $u^{16} = 5^4$. Тоді маємо $x^{16} - 5^8 = (x^8 - 5^2)(x^8 + 5^2) = (x^8 + 5^2)(x^4 + 5)(x^4 - 5)$.

Нехай θ_3 – корінь многочлена $x^8 + 5^2$, θ_2 – многочлена $x^4 + 5$, θ_1 – многочлена $x^4 - 5$, $t_3 = \theta_3 - 1$, $t_2 = \theta_2 - 1$, $\widetilde{\theta}_1$ – матриця, що відповідає оператору множення на θ_i в $\mathbb{Z}_2$-базисі 1, θ_3, ..., $\theta_3^{m_i}$ кільця $Z_2[\theta_i]$; $\widetilde{\theta}_i^{(n)} = \widetilde{\theta}_i \otimes E$ ($i=1, 2, 3$; E-одинична $n\times n$ матриця, $A \otimes B$-кронекерівський добуток матриць A і B) і (δ_{rj}) – $m_r\times m_j$-матриця, у якої всі стовпці, крім останнього, нульові, а останній містить координати елемента $\delta_{rj}\in\mathbb{Z}_2[\theta_r]$ в $\mathbb{Z}_2$-базисі 1, θ_3, … , $\theta_3^{m_r}$ кільця $\mathbb{Z}_2[\theta_i]$ *(r = 2; 3; 1≤j<r)*. Розглянемо наступне $\mathbb{Z}_2$-зображення Г *(A, B)* кільця *Λ*:

$$\Gamma_u(A,B)=\begin{pmatrix} \tilde\theta_3^{(n)} & 0 & \langle t_3^2\rangle\otimes E & 0 & \langle 1\rangle\otimes A & \langle 1\rangle\otimes B \\ 0 & \tilde\theta_3^{(n)} & 0 & \langle t_3\rangle\otimes E & \langle 1\rangle\otimes E & 0 \\ 0 & 0 & \tilde\theta_2^{(n)} & 0 & \langle t_2\rangle\otimes E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde\theta_2^{(n)} & 0 & \langle t_2^2\rangle\otimes E \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde\theta_1^{(n)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde\theta_1^{(n)} \end{pmatrix},$$

де *A* і *B* – довільні $n\times n$ матриці над кільцем $\mathbb{Z}_2$ і n – довільне натуральне число.

В цьому зображенні ми маємо пару нееквівалентних нерозкладних зображень:

$$u\to\begin{pmatrix}\tilde\theta_3 & \langle t_3^j\rangle\otimes E\\ 0 & \tilde\theta_2\end{pmatrix},\ u\to\begin{pmatrix}\tilde\theta_2 & \langle t_2^j\rangle\otimes E\\ 0 & \tilde\theta_1\end{pmatrix},\ j = 0,\ 1,\ 2,\ 3.$$

Звідси та з леми 2 одержимо, що *Λ* є диким кільцем над $\mathbb{Z}_2$.

f) Нехай $S = 1$, $m = 4$, тобто $u^{16} = 5^2$.

В цьому випадку отримаємо:

$$x^{16}-5^2=(x^8+5)(x^8-5)=(x^8+5)(x^4+\sqrt5)(x^4-\sqrt5).$$

Нехай θ_1 – корінь многочлена $x^8 + 5$, θ_2 – многочлена $x^4+\sqrt5$, θ_3 – многочлена $x^4-\sqrt5$, $t_i = \theta_i - 1$, *(i = 1, 2, 3)*. Розглянемо наступне *R*-зображення Г *(A, B)* кільця *Λ*:

$$\Gamma_u(A,B)=\begin{pmatrix} \tilde\theta_1^{(n)} & 0 & \langle t_1^2\rangle\otimes E & 0 & \langle 1\rangle\otimes A & \langle 1\rangle\otimes B \\ 0 & \tilde\theta_1^{(n)} & 0 & \langle t_1\rangle\otimes E & \langle 1\rangle\otimes E & 0 \\ 0 & 0 & \tilde\theta_2^{(n)} & 0 & \langle t_2\rangle\otimes E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde\theta_2^{(n)} & 0 & \langle t_2^2\rangle\otimes E \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde\theta_3^{(n)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde\theta_3^{(n)} \end{pmatrix},$$

де *A* і *B* – довільні $n\times n$ матриці над кільцем $\mathbb{Z}_2$ і n – довільне натуральне число.

Знову, в цьому зображенні ми маємо пару нееквівалентних нерозкладних зображень:

$$u\to\begin{pmatrix}\tilde\theta_1 & \langle t_1^j\rangle\otimes E\\ 0 & \tilde\theta_2\end{pmatrix},\quad u\to\begin{pmatrix}\tilde\theta_2 & \langle t_2^j\rangle\otimes E\\ 0 & \tilde\theta_3\end{pmatrix},\ (j = 0,\ 1,\ 2,\ 3).$$

Звідси та з леми 2 одержимо, що *Λ* є диким кільцем над $\mathbb{Z}_2$.

g) Нехай $S = 1$, $m = 3$, тобто $u^8 = 5^2$. Тоді маємо

$$x^8-5^2=(x^4+5)(x^4-5)=(x^4+5)(x^2-\sqrt5)(x^2+\sqrt5).$$

Нехай θ_3 – корінь многочлена x4 + 5, θ_2 – многочлена $x^2+\sqrt5$, θ_1 – многочлена $x^2-\sqrt5$. Позначимо через F_i = $T(\theta_i)$ повне розгалужене розширення поля *T (i = 1, 2, 3)*, $R[\theta_i]$ – кільце цілих величин F_i *(i = 1, 2, 3)*. Знову побудуємо зображення:

$$u\to\begin{pmatrix}\tilde\theta_3 & \langle t_3^i\rangle\otimes E\\ 0 & \tilde\theta_2\end{pmatrix}\ (i=0,1),\qquad u\to\begin{pmatrix}\tilde\theta_3 & \langle t_3^i\rangle\otimes E\\ 0 & \tilde\theta_1\end{pmatrix}\ (j=0,1),$$

$$u\to\begin{pmatrix}\tilde\theta_2 & \langle t_2^j\rangle\otimes E\\ 0 & \tilde\theta_1\end{pmatrix}\ (j=0,1),$$

які також є нееквівалентні і нерозкладні. Ми отримали задачу аналогічну матричній задачі у випадку, коли $a^3 = 1$, $F=\mathbb{Q}_3(\sqrt{-3})$ чи $a^4 = 1$, $F=\mathbb{Q}_2(\sqrt2)$. В першому випадку: $a^3 = 1$, $F=\mathbb{Q}_3(\sqrt{-3})$ бо $K=\mathbb{Z}_3[t]\ (t^4=-3)$.

Якщо $\varepsilon^3 = 1$, $F=\mathbb{Q}_3(\sqrt{-3})$, $\varepsilon=\frac12+\frac{\sqrt{-3}}{2}$,то $\mathbb{Q}_3(\varepsilon)\subset F$. Тоді маємо зображення

$$a\to\begin{pmatrix}\varepsilon^2 & t^i\\ 0 & \varepsilon\end{pmatrix}\ (i=0,1);\ a\to\begin{pmatrix}\varepsilon^2 & t^j\\ 0 & 1\end{pmatrix}\ (j=0,1);\ a\to\begin{pmatrix}\varepsilon & t^j\\ 0 & 1\end{pmatrix}\ (j=0,1).$$

$t=\sqrt2$

Тоді маємо зображення:

$$a\to\begin{pmatrix}\tilde\imath & \langle t_1^j\rangle\otimes E\\ 0 & -1\end{pmatrix}\ (j=0,1);\ a\to\begin{pmatrix}-1 & \langle t^j\rangle\otimes E\\ 0 & \tilde\imath\end{pmatrix}\ (j=0,1);$$

$$a\to\begin{pmatrix}1 & \langle t^j\rangle\otimes E\\ 0 & \tilde\imath\end{pmatrix}\ (j=0,1);\ a\to\begin{pmatrix}1 & \langle t^j\rangle\otimes E\\ 0 & -1\end{pmatrix}\ (j=0,1).$$

Звідси та з леми 2 отримаємо, що *Λ* не є диким над $\mathbb{Z}_2$. Лема доведена.

Сформулюємо результати Л.Ф. Баранник, П.М Гудивок [8] наступним чином.

Лема 4. ([8]) *Нехай G – скінченна група, H – силовська підгрупа групи G, F_p – скінченне розширення поля $\mathbb{Q}_p$, Tp – поле інерції поля F_p і R_p є кільцем цілих величин поля F_p. Число нееквівалентних і нерозкладних проективних матричних R_p-зображень групи G скінченне тоді і тільки тоді коли виконується одна з наступних умов:*

1) H – циклічна група порядку p^2 і $F_p = T_p$;

2) H – циклічна група порядку p>3 і $(F_p : T_p)\le2$;

3) H – циклічна група порядку 3 і $(F_p : T_p)\le3$;

4) H – група порядку 2.

Теорема 1 випливає з теорем 2 і 3 та лем 3 та 4.

Висновки і пропозиції. Таким чином було описано ручні скінченні групи над кільцем цілих *p*-адичних чисел.

Список літератури:

1. Schur J. Über die Darstellung der endlicher Gruppen durch gebrochene lineare Substitutionen // J. Reine Angew. Math. – 1904. – V. 127. – P. 20-50.
2. Schur J. Untersuchungen über die Darstellung der endlichen Gruppen durch gebrochene lineare Substitutionen // J. Reine Angew. Math. – 1907. – V. 132. – P. 85-137.
3. Гудивок П. М. О представлениях скрещенных групповых колец конечных групп и колец целых p-адических чисел // Доп. НАН України. – 1998. – № 7. – P. 19–23.
4. Дрозд Ю. А. Адели и целочисленные представления // Изв. АН СССР, сер. матем. – 1969. – Т. 33, № 5. – С. 1080–1088.
5. Бондаренко В. М., Гудивок П. М. О представлениях конечных p- групп над кольцом формальных степенных рядов с целыми p-адическими коэффициентами // Сб. «Бесконе чные группы и примыкающие алгебраические структуры». – Киев: Институт матем. НАН Украины, 1993. – С. 5–14.
6. Charles W. Curtis, Irving Reiner. Representation Theory of Finite Groups and Associative Algebras // AMS CHELSEA PUBLISHING. – 2006. – P. 677.
7. Dieterich E. Group rings of wild representation type // Math. Ann. – 1983. – Vol. 266. – P. 1–22.
8. Баранник Л. Ф., Гудивок П. М. Проективные представления конечных групп над числовыми кольцами // Матем. сб. – 1970. – Т. 82, № 3. – С. 423–443.

Стойка М.В.
Ужгородский национальный университет

РУЧНЫЕ КОНЕЧНЫЕ ГРУППЫ ОТНОСИТЕЛЬНО ПРОЕКТИВНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ НАД КОММУТАТИВНЫМИ КОЛЬЦАМИ

Аннотация
В данной роботе рассматриваются проективные изображения конечных групп над кольцом целых p-адических чисел $\mathbb{Z}_p$. Исследуется кольцо $\Lambda = (G, \mathbb{Z}_p, \lambda)$, что является скрещенным групповым кольцом конечной p-группы G и кольца целых p-адических чисел $\mathbb{Z}_p$. Рассматривается задача об описании всех неэквивалентных матричных $\mathbb{Z}_p$-изображений кольца $\Lambda = (G, \mathbb{Z}_p, \lambda)$. Система факторов $\{\lambda_{a,b}\}$ выбирается при условии, что $\lambda_{a,b} \in \mathbb{Z}_p^*, a,b \in G$. Получено необходимое и достаточное условия ручности задачи описания проективных $\mathbb{Z}_p$-изображений конечной группы G при некоторых условиях.
Ключевые слова: проективные изображения, скрещенное групповое кольцо, кольцо целых p-адических чисел, система факторов, ручные группы.

Stoika M.V.
Uzhhorod National University

TAME FINITE GROUPS WITH RESPECT TO PROJECTIVE REPRESENTATIONS OVER COMMUTATIVE RINGS

Summary
The present paper deals with the projective representation of finite groups over the ring of p-adic integers $\mathbb{Z}_p$. The ring $\Lambda = (G, \mathbb{Z}_p, \lambda)$, which is twisted group ring of a finite p-group G and the ring of p-adic integers $\mathbb{Z}_p$ was investigated. Particularly, the task of the wildness of the problem of the description of all nonequivalent matrix $\mathbb{Z}_p$-representation of the ring $\Lambda = (G, \mathbb{Z}_p, \lambda)$ was investigated. The factor system $\{\lambda_{a,b}\}$ satisfies the next conditions $\lambda_{a,b} \in \mathbb{Z}_p^*, a,b \in G$. There were obtained necessary and sufficient conditions of the tame problem of description of projective $\mathbb{Z}_p$-representations of finite group G for some cases.
Keywords: projective representations, twisted group rings, ring of p-adic integers, factor system, tame groups.

УДК 517

УСТОЙЧИВОСТЬ СИСТЕМ, НЕРАЗРЕШЁННЫХ ОТНОСИТЕЛЬНО СТАРШИХ ПРОИЗВОДНЫХ

Филер С.Е., Шелуденко А.С.
Кировоградский государственный университет имени Владимира Винниченко

Рассмотрены основные теоретические вопросы установления устойчивости систем дифференциальных уравнений с действительными и комплексными коэффициентами, приведены примеры установления устойчивости для систем ДУ 1-го и 2-го порядков с действительными и комплексными коэффициентами. На примере показано установление устойчивости дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами. Построенные финитизированные и нефинитизированые годографы с помощью пакета вычислений Maple 17. С помощью программы Excel осуществлены расчеты матрицы монодромии. Указанные соответствующие ссылки на использованную литературу.
Ключевые слова: дифференциальные уравнения, устойчивость, критерий Михайлова, системы, матрица монодромии.

Постановка проблемы. Теория устойчивости широко используется для систем автоматического управления. При небольшом изменении коэффициентов уравнение может из устойчивого перейти в неустойчивое, что приведет к сбою системы, поэтому весьма актуальным является исследование устойчивости систем. Необходимо разработать алгоритм установления устойчивости для ДУ, неразрешенных относительно старших производных.

Анализ последних исследований и публикаций. Для ДУ с постоянными запаздываниями критерии типа Рауса – Гурвица неприменимы, а критерий Михайлова удается применить. Но этот геометрический критерий требует делать выводы о повороте радиуса – вектора бесконечного годографа, хотя, и нахождения отдельных его точек, и построение кривой, возможны лишь на конечной плоскости, соответствующей конечному массиву значений $f(i\omega_k)$. На практике, конструируя механизм (технологический процесс), определяют его устойчивость, строя годограф на конечном промежутке $[0;\Omega]$ и делая вывод о значении $\Phi(+\infty)$ по поведению угла $\Phi(\Omega)$ при увеличении Ω. Филером З.Е. была предложена процедура финитизации применения критерия Михайлова [3, с. 215].

Появление ЭВМ сделало возможным создание достаточно простых и наглядных алгоритмов финитизации. В последние годы с помощью своих учеников А.П. Дрозда, А.Н. Древа, А.Ю Донца и А.И. Музычнко, Филер З.Е получил достаточно простые варианты финитизации критерия Михайлова с возможностью простого варьирования в диалоговом режиме параметров системы (коэффициентов и величин запаздываний) для реализации задач синтеза системы с необходимым поведением. Для трансцендентной функции – квазиполинома (при наличии запаздываний) важной задачей при наличии устойчивости является и нахождение действительной части корней ХУ, которая определяет запас устойчивости дифференциального уравнения.