

ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ НАУКИ

УДК 533.6

АНАЛІЗ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ ЗБУДЖЕННЯ БАГАТОШАРОВОГО П'ЕЗОКЕРАМІЧНОГО ПАКЕТУ НЕСТАЦІОНАРНИМИ ЕЛЕКТРИЧНИМИ СИГНАЛАМИ

Бабаєв О.А., Штефан Н.І., Гнатейко Н.В.

Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

У даній статті проведено аналіз перехідних процесів збудження багатошарового п'єзокерамічного пакету нестационарними електричними сигналами. Один край пакета жорстко заземлений, а інший підкріплений пружним шаром та контактує з півпростором ідеальної стисливої рідини. При цьому нестационарний електричний сигнал подається безпосередньо на струмопровідні поверхні. Представлені основні формули дозволяють проаналізувати роботу та перехідні процеси, що виникають в зазначеній гідроелектропружній системі.

Ключові слова: перетворення Лапласа за часом, акустичне середовище, п'єзоперетворювач, функція Хевісайда.

Актуальність дослідження. Широке практичне використання конструктивних елементів з матеріалів, в яких проявляється п'єзоелектричний ефект, обумовлює підвищений інтерес до досліджень в галузі електропружності і гідроелектропружності. До актуальних належать задачі зазначеного класу в нестационарній постановці. Зазначимо, що перехідні процеси в гідропружних системах досліджені більш детально. Ці результати узагальнені в монографіях [1, 2, 5, 7]. Є роботи в яких розглядалось випромінювання акустичних хвиль одношаровим п'єзоперетворювачем, що контактує з ідеальною стислою рідиною [11].

Розширення знань з цієї проблематики вимагає постановок нових класів задач, які по можливості повніше враховують конструктивні особливості та умови експлуатації реальної апаратури, розробки ефективних методів їх вирішення та виявлення нових механічних закономірностей процесів в гідроелектропружних системах.

Постановка задачі. Розглядається задача про збудження багатошарового п'єзокерамічного пакету нестационарним електричним сигналом що підводиться до електродів які розташовані на площинах контакту електропружних елементів. Один з країв пакету жорстко закріплений, а інший підкріплений пружним шаром що контактує з півпростором ідеальної стисливої рідини. Кожен з N п'єзокерамічних шарів має товщину h та однакові механічні властивості, а пружний шар – товщину l . При описанні перехідних процесів в гідроелектропружній системі використовуються рівняння лінійної теорії електропружності, теорії пружності та акустичного наближення. В рамках прийнятих моделей суцільних середовищ формулювання задачі має наступний вигляд:

$$\frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial t^2}; \quad \frac{\partial^2 \Psi^{(k)}}{\partial z^2} = (-1)^k \frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial z^2}; \quad (1)$$

$$\sigma^{(k)} = \frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial z^2} - (-1)^k \chi \frac{\partial \Psi^{(k)}}{\partial z}, \quad k=1, 2, \dots, N;$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = a^2 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}; \quad \tau = \beta \frac{\partial w}{\partial z}; \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = b^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}; \quad p = -\lambda \frac{\partial \varphi}{\partial t}; \quad (3)$$

де $u^{(k)}$, $\sigma^{(k)}$, $\Psi^{(k)}$ – відповідно переміщення, напруження (вздовж вісі z) та напруженість електричного поля у k -м п'єзокерамічному шарі; w та τ – переміщення та напруження у пружному елементі; φ та p – хвильовий потенціал і тиск в акустичному середовищі:

$$\chi = \frac{e_{33}^2}{C_{33}^E e_{33}^s}; \quad a = \sqrt{\frac{(C_{33}^E e_{33}^s + e_{33}^2) \gamma}{E \mu e_{33}^s}}; \quad b = \sqrt{\frac{(C_{33}^E e_{33}^s + e_{33}^2) \gamma}{c^2 \mu e_{33}^s}}; \quad \lambda = \frac{\rho c^2}{C_{33}^E}.$$

Тут $C_{33}^E, e_{33}^s, e_{33}^s, \mu$ – характеристики електропружних шарів (відповідно модуль пружності, п'єзомодуль та густина); E, γ – відповідно модуль Юнга та густина пружного матеріалу; c та ρ – параметри акустичного середовища.

На поверхнях контакту складових пакету приймаються умови жорсткого зчеплення, на поверхні рідини – умова не протікання:

$$u^{(1)} \Big|_{z=0} = 0;$$

$$u^{(k)} \Big|_{z=kh} = u^{(k+1)} \Big|_{z=kh}; \quad \sigma^{(k)} \Big|_{z=kh} = \sigma^{(k+1)} \Big|_{z=kh} \quad (k=1, 2, 3, \dots, N); \quad (4)$$

$$u^{(N)} \Big|_{z=Nh} = w \Big|_{z=Nh}; \quad \sigma^{(N)} \Big|_{z=Nh} = \tau^{(k+1)} \Big|_{z=Nh};$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} \Big|_{z=Nh+l} = \frac{\partial \varphi}{\partial z} \Big|_{z=Nh+l}; \quad \tau \Big|_{z=Nh+l} = -p \Big|_{z=Nh+l}.$$

Конфігурація нестационарного електричного імпульсу який підводиться до електродованих площин ($z=kh$) нестационарного електричного імпульса визначається функцією $Q(t)$:

$$\Psi^{(k)} \Big|_{z=kh} = (-1)^k Q(t) H(t); \quad \Psi^{(k)} \Big|_{z=(k-1)h} = (-1)^{k-1} Q(t) H(t), \quad (5)$$

де $k=1, 2, \dots, N$, H – одинична функція Хевісайда.

Початкові умови є однорідними.

У рівняннях (1)–(5) використовуються безрозмірні позначення, згідно яких переміщення $u^{(k)}$, w , товщини h, l та координата z віднесені до h ;

час t – до h/η $\eta = \sqrt{(C_{33}^E e_{33}^s + e_{33}^2)/(\mu e_{33}^s)}$; напруження $\sigma^{(k)}$, τ та гідродинамічний тиск p – до C_{33}^E .

Застосувавши до рівнянь (1)–(3) та граничним умовам (4), (5) інтегральне перетворення Лапласа за часом.

У просторі зображень загальні розв’язки задачі з врахуванням обмежування збурення у акустичному середовищі при умові що $z \rightarrow \infty$ визначається формулами:

$$u^{(k)L} = A^{(k)L}(s) \frac{1}{s} e^{-s(k-z)} + B^{(k)L}(s) \frac{1}{s} e^{-s(z-(k-1))}, \quad (6)$$

$$\Psi^{(k)L} = (-1)^k \left\{ A^{(k)L}(s) \frac{1}{s} e^{-s(k-z)} + B^{(k)L}(s) \frac{1}{s} e^{-s(z-(k-1))} + D^{(k)L}(s)(z-k+1) + C^{(k)L}(s) \right\};$$

$$w^L = M^L(s) \frac{1}{s} e^{-sa(N+l-z)} + N^L(s) \frac{1}{s} e^{-sa(z-N)}, \quad (7)$$

$$\phi^L = R^L(s) \frac{1}{s} e^{-sb(z-N-l)}, \quad (8)$$

де $A^{(k)L}(s)$, $B^{(k)L}(s)$, $D^{(k)L}(s)$, $C^{(k)L}(s)$ ($k=1,2,3,\dots,N$), $M^{(k)L}(s)$, $N^{(k)L}(s)$, $R^L(s)$ – функція параметра перетворення, які визначаються з граничних умов, $h=1$.

Аналіз отриманих результатів. В даній статті проведено аналіз перехідних процесів збудження багат шарового п’єзокерамічного пакету нестаціонарними електричними сигналами. Один край пакета жорстко заземлений, а інший підкріпленний пружним шаром та контактує з півпростором ідеальної стисливої рідини. При цьому нестаціонарний електричний сигнал подається безпосередньо на струмопровідні поверхні. Представлені основні формули дозволяють проаналізувати роботу та перехідні процеси, що виникають в зазначеній гідроелектропружній системі.

Як зазначалося раніше формули для визначення переміщення та механічного напруження $u^{(k)}(t, z)$, $\sigma^{(k)}(t, z)$, мають наступний вигляд [10]:

$$u^{(k)}(t, z) = \int_{k-z}^t A^{(k)}[x-(k-z)]dx + \int_{z-k+1}^t B^{(k)}[x-(z-k+1)]dx = 0; \quad (9)$$

$$\sigma^{(k)}(t, z) = (1-\xi) \{ A^{(k)}[t-(k-z)] - B^{(k)}[t-(z-k+1)] \} + \xi \left\{ \int_0^t [A^{(k)}(x) - B^{(k)}(x)]dx - \int_1^t [A^{(k)}(x-1) - B^{(k)}(x-1)]dx \right\} - 2\xi Q(t); \quad (10)$$

$$w^{(k)}(t, z) = \int_{a(N+l-z)}^t M[x-a(N+l-z)]dx + \int_{a(z-N)}^t N[x-a(z-N)]dx; \quad (11)$$

$$p(t, z) = -R[t-b(z-N-l)]. \quad (12)$$

Якщо розглядати багат шаровий п’єзокерамічний пакет з однією – жорстко закріпленою, а з іншою – вільною границями (пружний шар та рідина відсутні), у площині $z=N$ приймається умова

$$\sigma^{(N)} \Big|_{z=Nh} = 0. \quad (13)$$

На рисунках 1-3 наведені результати розрахунків, які були виконані для п’єзокерамічних перетворювачів марки ЦТБС-3 [8], що містять один (рис. 1) та чотири (рис. 2) шари причому один край пакета жорстко ($z=0$) заземлений, а інший $z=Nh$ ($N=1; 4$) має вільну поверхню. Електричний сигнал який подавався на струмопровідні поверхні п’єзокерамічних перетворювачів має ступінчастий профіль ($Q(t)=1$). Механічні напруження що виникають у жорсткому заземленні ($z=0$) наведені суцільними, а переміщення на вільній поверхні ($z=Nh$) – штриховими лініями. Різкі зміни механічних напружень викликані дією вдруге відбитих хвиль. Відмітимо, що екстремальні значення $\sigma^{(1)}$ (механічні напруження

першого шару) у жорсткому заземленні ($z=0$) в одношаровому та чотирьохшаровому перетворювачах відрізняються незначною мірою. Що стосується переміщень на вільній поверхні чотирьохшарового перетворювача, то вони суттєво вище ніж у одношаровому.

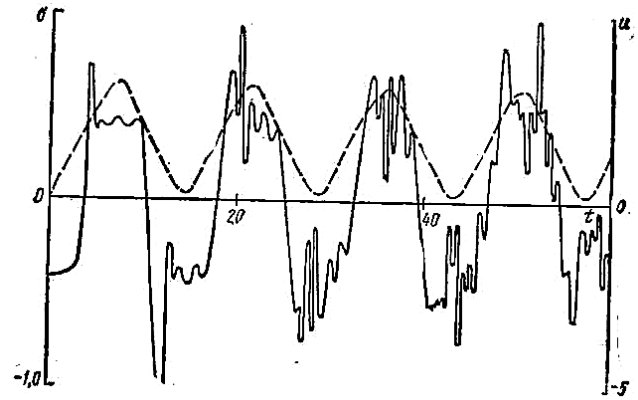


Рис. 1.

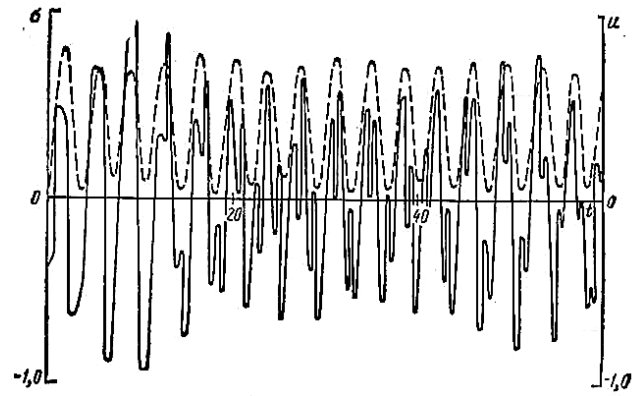


Рис. 2.

Характер зміни переміщень $u^{(N)} \Big|_{z=Nh}$ ($N=1; 4$) виникає практично за синусоїдальним законом. Коливання вільної поверхні виникають відносно деякого рівня статичної деформації з частотою пропорційної кількості шарів у пакеті.

Рисунок 3 ілюструє переміщення u (суцільна лінія) вільної поверхні чотирьохшарового перетворювача, що збуджується електричним сигналом $Q(t) = \sin \omega t$, де $\omega=0,4$ (резонансна частота).

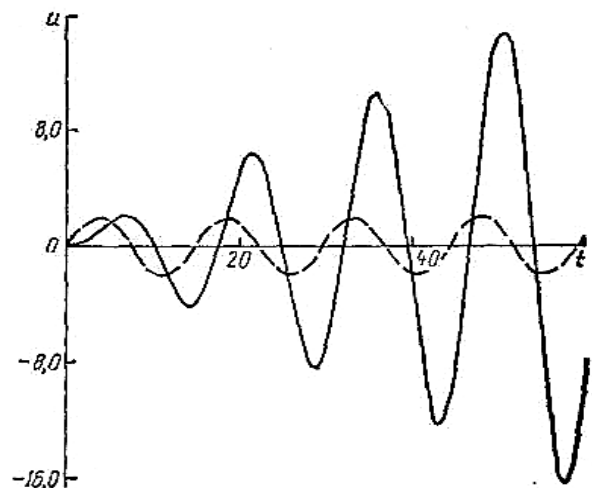


Рис. 3.

При такому режимі роботи амплітуди переміщень зростають з ростом t . Відмітимо, що в перетворювачі спостерігається зсув фаз механічних коливань та синусоїдального електричного сигналу, що підводиться (цей профіль показано штриховою лінією).

Висновки. Отримані результати можуть бути використані в науково-дослідних організаціях при розробці акустичної техніки, а також в педагогічному процесі.

Головна мета цієї роботи полягає в наступному, це виконана постановка та розв'язок не-

стаціонарної задачі випромінювання акустичних хвиль багат шаровим пакетом у акустичне середовище. Рівняння що описують збуджений рух акустичного середовища трансформуються за допомогою інтегрального перетворення Лапласа за часом. Наведені основні формули для визначення фізичних характеристик досліджуваного перехідного процесу.

Запропонований метод розв'язання задачі дозволяє проводити розрахунки перехідних процесів у багат шарових електропружних пакетах з довільним числом елементів.

Список літератури:

1. Бабаев А.Э. Нестационарные волны в сплошных средах с системой отражающих поверхностей. – Киев: Наукова думка, 1990. – 176 с.
2. Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Методы решения интегральных уравнений с программами для ЭВМ. – Киев: Наукова думка, 1978. – 291 с.
3. Головчан В.Т., Кубенко В.Д., Шульга Н.А., Гузь А.Н., Гринченко В.Т. Пространственные задачи теории упругости и пластичности: В шести т. – Т. 5. Динамика упругих тел. – К.: Наукова думка, 1986. – 286 с.
4. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – М.: Физматгиз, 1962, 108 с.
5. Гринченко В.Т., Улитко А.Ф., Шульга Н.А. Электроупругость. Т. 5 – Механика связанных полей в элементах конструкций. – Киев: Наукова думка, 1989. – 280 с.
6. Диткин В.А., Прудников А.О. Справочник по операционному исчислению. – М.: Высшая школа, 1965. – 466 с.
7. Мнев Е.Н., Перцев А.К. Гидроупругость оболочек. – Л.: Судостроение, 1970. – 366 с.
8. Пьезокерамические преобразователи // Под ред. С.И. Пугачева. – Л.: Судостроение, 1984. – 256 с.
9. Слепян Л.И. Нестационарные упругие волны. – Л.: Судостроение, 1972. – 374 с.
10. Бабаев О.А., Штефан Н.И., Гнатейко Н.В. Збудження багат шарового п'єзокерамічного пакету нестационарним електричним сигналом / Молодий вчений. – 2016. – № 3. – С. 296-299.
11. Бабаев А.А., Кришталь В.Ф., Можаровская Т.Н. Нестационарные режимы излучения пьезокерамического слоя, который контактирует с идеальной сжимаемой жидкостью / Научный журнал «ScienceRise», № 2/2(7) – 2015. – С. 78-81.

Бабаев А.А., Штефан Н.И., Гнатейко Н.В.

Национальный технический университет Украины
«Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского»

АНАЛИЗ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ ВОЗБУЖДЕНИЯ МНОГОСЛОЙНОГО ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКОГО ПАКЕТА НЕСТАЦИОНАРНЫМИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ СИГНАЛАМИ

Аннотация

В данной статье проведен анализ переходных процессов возбуждения многослойного пьезокерамического пакета нестационарными электрическими сигналами. Один край пакета жестко заземлен, а другой подкреплён упругим слоем и контактирует с полупространством идеальной сжимаемой жидкости. Нестационарный электрический сигнал подается непосредственно на токопроводящие поверхности. Представлены основные формулы которые позволяют проанализировать работу и переходные процессы, возникающие в исследуемой гидроэлектроупругой системе.

Ключевые слова: преобразования Лапласа по времени, акустическая среда, пьезопреобразователь, функция Хевисайда.

Babaev A.A., Shtefan N.I., Gnatejko N.V.

National Technical University of Ukraine
«Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»

TRANSIENT ANALYZES EXCITATION MULTILAYER PIEZOCERAMIC PACKAGE UNSTABLE ELECTRIC SIGNAL

Summary

This paper analyzes the transients excitement multilayer piezoceramic package of non-stationary electrical signals. One edge of the package tightly jammed, and another layer reinforced elastic half-space and contact with ideal compressible fluid. This transient electrical signal is fed directly to the conductive surface. The basic formula allows to analyze the work and transients that occur in that hidroelektropruzhnyi system.

Keywords: Laplace transform in time, acoustic environment, piezoceramic transducer, Heaviside function.