

УДК 378.147

## ОСОБЛИВОСТІ ВИВЧЕННЯ КУРСУ «МАТЕМАТИЧНА ЛОГІКА ТА ТЕОРІЯ АЛГОРИТМІВ» У СИСТЕМІ ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНІХ ВЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ

Олійник О.В.

Переяслав-Хмельницький державний педагогічний університет імені Григорія Сковороди

Статтю присвячено актуальним проблемам викладання курсу «Математична логіка та теорія алгоритмів» у вищому педагогічному навчальному закладі. Обґрунтовується місце, роль та значення даного курсу в системі підготовки майбутнього вчителя математики. Розглядаються методичні особливості викладання даного курсу. Здійснюється аналіз існуючих проблем, пропонуються шляхи їх вирішення.

**Ключові слова:** математична логіка, інформаційні технології навчання, програмно-педагогічні засоби.

**Постановка проблеми.** На основі аналізу результатів проведення ЗНО з математики можна зробити висновок, що в цілому абітурієнти приходять на тест погано підготовленими, а більшість помилок виникає через незнання базових фактів та невміння застосовувати свої знання в нестандартних ситуаціях. Відсоток учасників ЗНО, за даними сайту osvita.ua, які не здолали поріг «склав/не склав» становить 16,46% у 2017 році проти 15% у 2016. Рівень математичної підготовки катастрофічно знижується. Причому це відбувається не тільки з фактичного освоєння математичних знань, але значною мірою з розвитку логічного мислення учнів, засвоєння ними прийомів мислення. Одним з факторів такого стану подій є зниження рівня логічної підготовки майбутніх вчителів математики. Ядром цієї підготовки є курс математичної логіки та теорії алгоритмів, який не має пропедевтичного курсу у школі та є відірваним від реальних потреб майбутнього вчителя математики. Він виявився ізольованим від інших математичних курсів педагогічних навчальних закладів. Саме в цьому і є головна причина невисокого рівня логічної підготовки майбутніх вчителів математики, і, як наслідок, – низький рівень культури логіки у їх майбутніх учнів. Фундаментальна математична освіта має бути цілісною, саме для цього окремі дисципліни розглядаються не як сукупність окремих курсів, а мають бути пов'язані міждисциплінарними зв'язками і спільною цільовою функцією. Це підвищить ефективність формування у студентів фундаментальних, інваріантних знань, предметних умінь та навичок і буде сприяти більшій відповідності компетенцій випускників педагогічного університету потребам сучасної науки і передових технологій.

Актуальність дослідження обумовлена наступними чинниками: зниження рівня логічного мислення школярів, слабка логічна підготовка майбутніх вчителів у педвузах, значне підвищення зацікавленості суспільства до елементів математичної логіки, введення елементів математичної логіки у шкільну програму у вигляді факультативних занять, а також невідповідність між змістом курсу «Математична логіка та теорія алгоритмів» у педагогічному вузі і логічним змістом шкільного факультативного курсу.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Багато вітчизняних та зарубіжних вчених зверта-

лись у своїх наукових пошуках до проблем підготовки майбутніх вчителів математики:

– теоретичні дослідження з питань логіко-дидактичних аспектів навчання математиці у школі присвячені труди таких вчених, як Н. М. Бескін, В. Г. Болтянский, А. В. Гладкий, Я. И. Груденов, В. А. Далінгер, Л. А. Калужнін, В. М. Монахов, И. Л. Нікольская, Г. И. Саранцев, А. Д. Семушін, А. А. Столяр, В. А. Успенский, И. М. Яглом, А. М. Алексюк, М. І. Жалдак, П. Мітчел та ін.;

– наукові дослідження в області використання комунікаційно-інформаційних технологій у процесі підготовки студентів математичних спеціальностей належать М. С. Львову, С. А. Ракову, О. В. Співаковському, Ю. В. Триусу, Ю. І. Сінько та ін.;

– у галузі математичної логіки та теорії алгоритмів видатними є роботи Ю. Л. Єршова, В. І. Ігошина, В. Л. Матросова, П. С. Новікова, Ю. І. Журавльова, А. І. Мальцева та ін.

Аналіз досліджень і науково-методичних праць показав, що зараз в Україні відбувається активний пошук шляхів вдосконалення методичних систем та відпрацювання ефективних концепцій навчання математичних дисциплін у вищих навчальних закладах. Але більшість з них спрямована на використання різноманітних технологій. На думку Ю. І. Сінько проблема впровадження інформаційних технологій у навчальний процес вищої школи і розробка нових методик (методичних систем) навчання студентів математичної логіки, орієнтованих на використання програмних засобів, розробка навчального та методичного забезпечення з питань їх використання в навчальному процесі розв'язує багато проблем. Обґрунтуванням цього є тенденція скорочення обсягу аудиторного навантаження та водночас винесення значної частини матеріалу на самостійне опрацювання, що породжує проблему якісної компенсації аудиторного навантаження за рахунок інших форм навчання, у першу чергу – самостійної роботи студентів. Однією з форм подібної самостійної роботи є використання нових інформаційних технологій у навчальному процесі, зокрема технологій дистанційного навчання. Отже, впровадження дистанційних технологій як елементів навчального процесу з метою підвищення економічної ефективності навчання, розв'язує і проблему підтримки практичних занять з математичної

логіки для дистанційної форми навчання і, але незавершеною є проблема розробки програмних систем з інтерактивною роботою в Інтернеті.

Концепція інформатизації навчального процесу, яку засновано на органічному поєднанні традиційних і новітніх засобів навчання, передбачає поетапне, поступове впровадження у навчальний процес ПЗНП, раціональне поєднання традиційних методів та засобів навчання, з сучасними інформаційними технологіями, що зрештою веде до поліпшення результатів навчання.

**Виділення невіршених раніше частин загальної проблеми.** Практика викладання курсу «Математична логіка та теорія алгоритмів» показала, що існує ряд протиріч, пов'язаних з логічною підготовкою майбутніх вчителів математики, а саме:

- між потребами сучасної школи у обізнаних в логіці вчителів та недостатньо високим реальним рівнем логічної підготовки випускників педагогічних навчальних закладів;

- між практикою дедуктивних міркувань і навчанням доведенню у вищій школі і середній школі;

- між традиційною теорією доведень, яка викладається у курсі математичної логіки та теорії доведень у середній школі;

- між існуванням формально-логічної основи навчання математичній логіці та відсутністю методичної системи навчання на даній основі.

**Формулювання цілей статті** (постановка завдання). У зв'язку з тим, що проблема, яку висвітлено у даній статті, полягає в тому, щоб знайти шляхи вдосконалення підготовки майбутніх вчителів математики за допомогою модернізації структури та методів вивчення курсу «Математична логіка та теорія алгоритмів», було поставлено наступні завдання:

1. Дослідити організацію навчання математичній логіці, з'ясувати переваги і недоліки застосування програмно-педагогічних засобів.

2. Виявити проблеми курсу навчання математичній логіці, обгрунтувати роль вивчення теорії доведень, що посилює професійно-педагогічну спрямованість навчання.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Вивчення курсу математичної логіки сприяє вихованню культури логічного мислення. Основа логіки – це усвідомлення структури математичної науки, її фундаментальних понять: аксіоми, доведення, теорії. При побудові теорії потрібно щоразу чітко усвідомлювати, які твердження прийнято за аксіоми в даному випадку, якими є умови і висновки, що саме доводиться у теоремі. За усвідомленням структури математичної теореми має прийти розуміння методів її доведення. Спеціальний розгляд і уточнення всіх цих понять з залученням логічної символіки і прикладів сприяє ясності думки з цих питань, підвищенню вимогливості до себе, обгрунтованості аргументації в доказах. Рівень розвитку інтелекту значною мірою пов'язаний зі здатністю проводити дедуктивні міркування, тобто проводити умовиводи згідно правил та законів логіки.

Основне застосування логіки полягає у використанні її методів для проведення і перевірки міркувань. Уміння правильно міркувати необхідно в будь-якій людській діяльності: науці і техніці,

юстиції та дипломатії, плануванні народного господарства і військовій справі. Для майбутніх вчителів математики зв'язок математичної логіки з іншими предметами є більш, ніж прозорим, аксіоми, теореми і доведення, які є предметом вивчення теорії доведень є основою, без якої не може бути викладена жодна математична дисципліна.

Другим можливим застосуванням математичної логіки є використання її засобів для уточнення мови в електронно-обчислювальній техніці.

Третій аспект додатків логіки умовно можна назвати «технічним». Апарат математичної логіки використовується для аналізу і синтезу контактно-релейних схем, що мають різноманітне застосування в техніці.

В силу ролі, яку математична логіка відіграє у вивченні природи математичних доведень, математичних теорій, вона є дуже важливою для вчителя математики. Однак, курс математичної логіки замикається на внутрішніх проблемах дослідження числення та формальних теорій, тобто губиться можливість використання знань для аналізу і побудови математичних доведень. Математичні доведення є основними об'єктами математичної логіки та вивчаються шляхом побудови і аналізу їх математичних моделей – формальних висновків у логічному численні. Існує 2 типи таких числень і відповідних моделей: лінійні висновки в аксіоматичних логічних системах, так званого гілбертового типу та висновки у вигляді дерева у системах натурального висновку. Ці моделі є більш близькими до звичайних доведень, ніж лінійні. Однак курс математичної логіки будується на основі логічних числень гілбертовського типу, в яких вивчаються лінійні моделі доведень. Така побудова курсу призводить до відірваності вивчаємого матеріалу від реальних потреб вчителя математики.

У ДВНЗ «Переяслав-Хмельницький державний університет імені Григорія Сковороди» студенти природничо-технологічного факультету напряму підготовки «Математика» вивчають курс «Математична логіка та теорія алгоритмів» у четвертому семестрі, після вивчення ними основних алгебраїчних та геометричних дисциплін. Дане місце курсу в системі підготовки майбутнього вчителя математики дозволяє викладачеві реалізувати мету курсу та звернути увагу на зв'язок деяких тем з шкільним курсом математики. Традиційно він поділяється на три змістові частини: алгебра висловлень, логіка предикатів та елементи теорії алгоритмів. Метою курсу «Математична логіка та теорія алгоритмів» є засвоєння базових знань, а саме, формування у студентів знань, вмінь і навичок, необхідних для усвідомлення і доцільного використання понять, законів і методів математичної логіки, як предмету вивчення, і як засобу для вивчення інших предметних областей, таких, наприклад, як формальні системи. В результаті вивчення даної дисципліни, студент повинен навчитись ефективно застосовувати теоретичний математичний апарат для розв'язання практичних задач, знати сутність логіки, засоби та методи математичної логіки і теорії алгоритмів, їх застосування в інформатиці й програмуванні; мови логіки та їх можливості для опису предметних областей; мати сучасні уявлення про основні методи

пошуку доведень та засоби логічного виведення; основні формальні моделі алгоритмів та обчислюваних функцій, основні властивості формальних теорій, методи формального доведення. Пропонований навчальний курс належить до основ математики і базується на знаннях і навичках, здобутих при вивченні шкільного курсу математики та курсів дискретної математики, алгебри і програмування.

Останнім часом коло осіб, зацікавлених основами математичної логіки доволі сильно розширився. Звісно, цьому посприяло впровадження комп'ютерів в усі сфери життя. Елементи математичної логіки увійшли у курс інформатики, крім того, міністерство освіти і науки України пропонує вивчати дисципліну «Логіка» починаючи з другого класу на факультативних заняттях, з розрахунком 1 година на тиждень, загалом у обсязі 35 годин на рік. Оволодіння навичками логічного мислення має особливе значення для учнів, спеціалізація подальшого навчання та роботи яких полягає у постійному застосуванні логічних прийомів і методів: визначень, класифікацій, поділів, аргументацій, спростувань тощо. Отже, рівень компетентності майбутнього вчителя у питаннях математичної логіки має бути таким, щоб він міг кваліфіковано забезпечити потреби у вивченні даної математичної дисципліни, вміти правильно використовувати логіку у процесі навчання математиці, розуміти роль математичної логіки в інформатиці.

Якою ж має бути система логіко-дидактичної підготовки майбутніх вчителів математики, щоб сформувавши достатній рівень професійної майстерності, який би дозволив успішно розвивати розумові здібності і логічну культуру учнів у процесі навчання математиці? На думку Ігошина В. І. така методична система буде найбільш ефективною, якщо: курс математичної логіки і теорії алгоритмів буде проектуватися як системоутворююча і методологічна дисципліна у системі професійно-математичної підготовки майбутнього вчителя математики, а саме:

- будуть розроблені професійно – орієнтовані засоби навчання теоретичним питанням, розв'язку задач і засоби контролю засвоєння знань;
- ідеї та методи математичної логіки будуть виділені і представлені в усіх математичних курсах педвузу;
- у кожному математичному курсі педвузу буде проаналізовано логічні підстави відповідного розділу шкільного курсу математики;
- у курсі методики навчання математиці має бути показано логіко-дидактичні аспекти навчання школярів математиці.

У рамках цього підходу цікавим є розроблене інтегроване програмне середовище навчання математичної логіки для дистанційного навчання з підтримкою практичної математичної діяльності, що отримала назву «МатЛог». З огляду на те, що за освітньо-професійною програмою підготовки бакалавра на вивчення курсу «Математична логіка та теорія алгоритмів» відводиться 120 навчальних годин: 18 год. – лекційні заняття та 24 год. – практичні заняття, значну частину годин – 78 – виділено на самостійну навчально-пізнавальну діяльність студентів, застосування даного програмного засобу було б доцільним.

У педагогіці розроблено різні аспекти теорії і практики міжпредметних зв'язків (И. Д. Зверев, Н. М. Скаткин, В. А. Далингер, В. А. Байдак, О. Н. Лучко, Л. В. Смоліна, Е. А. Кашина та ін.): обґрунтована об'єктивна необхідність відображати реальні взаємозв'язки світу у навчанні, визначена світоглядна функція міжпредметних зв'язків, їх роль в загальному розумовому розвитку учнів, виявлено їх позитивний вплив на формування системи знань, розроблена методика скоординованого викладання різних навчальних предметів. Роль доведень у навчанні математиці досить стисло висловив А. А. Столяр, білоруський педагог-методист: «Вчити доводити – це перш за все вчити міркувати, а це – одна з основних задач навчання» [7, с. 112]. У дослідженнях А. А. Столяра визначено комплекс проблем, які він назвав логічними проблемами викладання. Особливу увагу в роботах А. А. Столяра приділяється навчанню дедуктивним висновкам, умінню будувати ланцюжки дедуктивних умовиводів. А. А. Столяр запропонував методику формування поняття доведення, однак, на думку спеціалістів в області методики викладання математики, наприклад Г. И. Саранцев і Л. А. Калужнін, дана методика не призвела до успіху. Однією з причин на переконання Л. А. Калужніна, И. Л. Тимофеевой, було використання поняття лінійного доведення. В лінійному доведенні пропозиції – члени доведення – впорядковано у вигляді послідовності. Це не відображає логічних взаємозв'язків між ними. Л. А. Калужнін висловив припущення: можливо, для навчання доведенню у школі слід застосувати натуральний висновок, якій розробив Г. Генцен.

Технологічною підготовкою студента з теорії і методики навчання математиці передбачається оволодіння математичними, логічними і дидактичними основами навчання доведенню теорем у школі. Одне з найважливіших місць посідають питання «включення» правил логічного висновку в процесі навчання доведенню теорем. При розробці методики навчання доведенню теореми правила логічного висновку є важливим засобом аналізу доведення, вони допомагають розкривати помилки, які часто допускаються у доведеннях, що пов'язані з використанням раніше не доведених теорем або «недопустимих» правил виводу. Накопичено досвід використання правил логічного висновку як предмета навчання у загальноосвітній школі при поглибленому вивченні математики в математичних класах і на факультативних заняттях. Потрібні спеціальні дослідження по включенню правил логічного висновку в якості засобу і предмету навчання математики у класах з поглибленим вивченням математики у старшій школі. При пошуку доведення теореми керуються змістовними уявленнями про ті об'єкти, властивості яких доводяться. Саме доведення має формальний характер, так як у ньому в явному або неявному вигляді використовуються правила логічного висновку, які враховують лише форму посилок і висновку. Можна обмежитися поступовим ознайомленням учнів з наступними правилами логічного висновку:

1. правило посилок (правило p): формула E є посилка;
2. правило наслідку (правило t): формулі E в послідовності передують такі формули A, ..., C, що  $|=A \wedge \dots \wedge C \rightarrow E$ ;

3. правило умовного відокремлення (правило ср): формула  $B \rightarrow C$  виправдана в доведенні, посилками якого слугують формули  $A_1, A_2, \dots, A_n$ , якщо встановлено, що  $C$  є логічний наслідок формул  $A_1, A_2, \dots, A_n, B$ .

На практиці крім вказаних вище трьох правил виведення користуються й іншими додатковими правилами виведення, що значно полегшує доведення багатьох теорем. Нижче наведені найбільш вживані правила виведення:

4. модус поненс (МП):  $A, A \rightarrow B \mid B$ ;
5. модус толленс (МТ):  $\bar{B}, A \rightarrow B \mid \bar{A}$ ;
6. введення кон'юнкції (ВК):  $A, B \mid A \wedge B$ ;
7. знищення кон'юнкції (ЗК):  $A \wedge B \mid A$  або  $A \wedge B \mid B$ ;
8. введення диз'юнкції (ВД):  $A \mid A \vee B$  або  $B \mid A \vee B$ ;
9. знищення диз'юнкції (ЗД):  $\bar{A}, A \vee B \mid B$  або  $\bar{B}, A \vee B \mid A$ ;
10. правило силіогізму (ПС):  $A \rightarrow B, B \rightarrow C \mid A \rightarrow C$ ;
11. правило контра позиції (ПК):  $A \rightarrow B \mid \bar{B} \rightarrow \bar{A}$ .

Вказаний перелік правил логічного висновку є достатнім і для уточнення поняття доведення теореми на певному рівні навчання у школі.

З цією метою воно представляється в певній формі, яка піддається точному опису. Так, для учнів старших класів, які вивчали елементи логіки і знайомі з правилами логічного висновку (1) – (11), є доступним наступне уточнене поняття доведення теореми. Доведенням теореми  $T$  є кінцева послідовність пропозицій  $A_1, A_2, \dots, A_n$ , які задовольняють двом умовам: 1) кожна пропозиція цієї послідовності являє собою або аксіому, або означення, або раніш доведену теорему, або припущення (умову теореми, що доводиться), або є наслідком з попередніх пропозицій по одному з допустимих правил логічного висновку; 2) остання пропозиція  $A_n$  цієї послідовності є пропозиція  $T$ . Як приклад розглянемо у стандартній формі доведення теореми про середнє арифметичне і геометричне двох чисел.

Середнє арифметичне двох додатних нерівних чисел більше їх середнього геометричного.

Дану теорему можна подати у вигляді:

$\forall a, b$ , де  $a, b$  – числа

$$((a > 0) \wedge (b > 0) \wedge (a \neq b)) \Rightarrow \left( \frac{a+b}{2} > \sqrt{ab} \right).$$

Дано:  $a, b$  – числа,  $(a > 0) \wedge (b > 0) \wedge (a \neq b)$ .

Довести:  $\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$ .

Доведення:

Маємо:  $(a > 0) \wedge (b > 0) \wedge (a \neq b)$ ,  $a \neq b$  – припущення,

$$a \neq b \Rightarrow (a - b)^2 > 0 \Rightarrow (a + b)^2 > 4ab,$$

$$a \neq b \Rightarrow (a + b)^2 > 4ab, \text{ згідно ПС,}$$

$$(a + b)^2 > 4ab, (a > 0) \wedge (b > 0),$$

$$((a + b)^2 > 4ab) \wedge (a > 0) \wedge (b > 0), \text{ згідно ВК,}$$

$$\left( (a + b)^2 > 4ab \right) \wedge (a > 0) \wedge (b > 0) \Rightarrow \left( \frac{a+b}{2} > \sqrt{ab} \right),$$

згідно раніше доведених теорем, отже, маємо

$$((a > 0) \wedge (b > 0) \wedge (a \neq b)) \Rightarrow \left( \frac{a+b}{2} > \sqrt{ab} \right) \text{ прави-}$$

ло наслідку.

Введення і абстрагування правил логічного висновку і методів доведення теорем від конкретних посилок починаємо з правила силіогізму. Сутність теореми і доведення теореми розкриваємо на основі понять висловлень і правил виводів.

Майбутній вчитель математики повинен вміти свідомо проводити аналіз доведень, кваліфіковано виявляти логічні помилки у дедуктивних міркуваннях. Тому він має володіти основними методами доведень, знати основні правила висновку, вміти їх обґрунтовувати з позиції теорії доведень.

**Висновки з даного дослідження:** 1. Правильна організація вивчення курсу математичної логіки та теорії алгоритмів має здійснюватися не тільки традиційними методами, а і за допомогою педагогічних програмних засобів.

2. При професійно-орієнтованому навчанні значна увага має приділятися основам теорії доведень, яка спирається на принципах натурального висновку.

3. Вдосконалена методична система, спрямована на посилення логічної складової усіх математичних курсів, що вивчаються у вищому педагогічному навчальному закладі, значно покращить рівень логічної культури майбутніх вчителів математики.

## Список літератури:

1. Сінько Ю. І. Інформаційно-методичне забезпечення курсу «Математична логіка та теорія алгоритмів» / Ю. І. Сінько // Інформ. технології в освіті: зб. наук. пр. – 2010. – С. 123-129.
2. Котова О. В. Методичні особливості викладання курсу «Числові системи» у майбутніх учителів математики / О. В. Котова // Збірник наукових праць [Херсонського державного університету]: Педагогічні науки / Херсон. держ. ун-т. – Херсон, 2014. – № 66. – С. 325-329.
3. Байдак В. А. Теория и методика обучения математике: наука, учебная дисциплина [Текст]: монография / В. А. Байдак. – Москва: Флинта, 2011. – 265 с.
4. Столяр А. А. Педагогика математики: Учеб. пособие для студентов физ.-мат. специальностей пед. вузов / А. А. Столяр. – Минск: Вышэйшая школа, 1986. – 414 с.
5. Игошин В. И. Профессионально-ориентированная методическая система обучения основам математической логике и теории алгоритмов учителей математики в педагогических ВУЗах: дис. ... доктора пед. наук 13.00.02 / Игошин Владимир Иванович. – Саратов, 2002. – 366 с.
6. Сінько Ю. І. Роль і місце математичної логіки у підготовці майбутнього вчителя математики / Ю. І. Сінько // Проблеми сучасної педагогічної освіти. Сер.: Педагогіка і психологія: [зб. наук. праць / редкол. Глузман О. В. та ін.] – Ялта: РВВ КГУ, 2010. – Вип. 29. – Ч. 1. – С. 210-216.
7. Столяр А. А. Педагогика математики: Учеб. пособие для физ.-мат. фак. пед. ин-тов. – Минск: Вышэйшая школа, 1986. – 413 с.

**Олейник Е.В.**

Переяслав-Хмельницкий государственный педагогический университет  
имени Григория Сковороды

## **ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ КУРСА «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА И ТЕОРИЯ АЛГОРИТМОВ» В СИСТЕМЕ ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ**

### **Аннотация**

В статье идет речь об актуальных проблемах преподавания курса «Математическая логика и теория алгоритмов» в ВУЗе. Обосновывается место, роль и значение данного курса в системе подготовки учителя математики. Рассматриваются методические особенности преподавания данного курса. Осуществляется анализ существующих проблем, предлагаются пути их решения.

**Ключевые слова:** математическая логика, информационные технологии обучения, программно-педагогические средства.

**Oliinyk O.V.**

Pereiaslav-Khmelnytskyi Hryhorii Skovoroda State Pedagogical University

## **FEATURES OF TEACHING THE COURSE «MATHEMATICAL LOGIC AND THEORY OF ALGORITHMS» IN TRAINING OF FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS**

### **Summary**

The article is devoted to actual problems of teaching «Mathematical logic and theory of algorithms» in State Higher Educational Institution. Explained place, role and importance of the course in training of future teachers of mathematics. Considered methodological features of the educational course. Made the analysis of existing problems, offered ways of solutions.

**Keywords:** mathematical logic, IT training, software and educational tools.