

## ВИКОРИСТАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДУЛЯЦІЇ ФІЗИКИ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ РУХУ ФІЗИЧНОГО ТІЛА

Одокієнко С.М., Люта М.В., Розводовський О.В.

Київський національний університет технологій та дизайну

Починаючи з другої половини 19-го століття математична модуляція починає активно використовуватись вченими для дослідження фізичних явищ. Активна взаємодія двох явищ таких як математика і фізика породила велику кількість нових напрямків проведення фізичних досліджень і відкрило широкий спектр нових можливостей для людства. Як одна із найбільш досліджених частин фізика механіка руху фізичних тіл отримала нові можливості із розвитком математичного моделювання. Тому кожного року з'являються нові ідеї і технологічні реалізації у цьому напрямку роблячи новий крок на зустріч можливості змоделювати і відтворити реальні фізичні явища за рахунок ЕОМ.

**Ключові слова:** модуляція, фізика, механічний рух, фізичний движок, скрипт, фізичне явище, колізія, прогнозування, механіка, система прогнозування, математико-фізична модель.

**Вступ.** Із виникненням перших математичних формул зародилось математичне моделювання, як явище. Проте вперше концепція була сформульована у знайомій нам формі Ньютоном у творі «Математичні начала натуральної філософії» разом із формуванням свого «Першого закону Ньютона». Таким чином математичне моделювання як явище існує стільки часу скільки існує математика і скільки люди намагаються дослідити навколишнє середовище. Ще коли давньогрецькі філософи вираховували рух небесних тіл, таких як місяць, сонце, і видимі планети за рахунок, наприклад сонячного годинника створеного з каміння на землі, це було первинним способом змоделювати фізичний рух і вирахувати за допомогою доступних знань проходження небесних тіл поруч із Землею із точністю до дня і навіть години. Таким чином моделювання природних явищ за допомогою математики, тобто точних цифр це найпоширеніший спосіб людини дослідити навколишній світ і систематизувати свої знання. В сучасному світі не зважаючи на фантастичний розвиток технологій досі не існує ідеального способу моделювати фізичний об'єкт у електронній обчислювальній машині (ЕОМ).

**Постановка проблеми.** Математичне моделювання має надзвичайно широкий спектр застосувань, наприклад відтворення поведінки живих істот, чи розрахунок розвитку колонії мікроорганізмів у пробірці на основі існуючих даних залежно від умов в якій їх помістили. Сам принцип математичного моделювання будується на використанні існуючих даних і створенні на їх базі простих чисельних форм які називаються формулами і існують для відображення складних явищ доступними і простими числами, які здатні обчислювати ЕОМ тим самим відтворюючи реальні явища у віртуальному середовищі і виводячи результат закладеним у систему чином.

Основними проблемами математичного моделювання в ЕОМ є складність і об'ємність створення системи, що могла б точно відтворювати фізичні явища у віртуальному просторі надаючи максимально точний результат. Точні системи розрахунку складних фізичних процесів, таких як наприклад рух космічних тіл вимагає роботи суперкомп'ютерів, яких у світі одиниці. Тому усе наукове суспільство світу працює над пошуком

способів спростити методи математичного моделювання і вдосконалити знання про природу фізики реального світу.

Україна зокрема в цілях просунути математичне моделювання фізики як науку щорічно проводить змагання серед студентів з математичного моделювання. А також фінансує велику кількість різноманітних наукових проектів, студентів і досвідчених фізиків. У багатьох ВУЗах країни щорічно виходять праці молодих вчених які так чи інакше торкаються теми математичного моделювання. Також про готовність України розвивати дану сферу науки свідчить щорічне проведення всеукраїнської наукової конференції «Математичне моделювання та математика фізики».

Створення Україною власної космічної програми в 2015 році показує готовність країни розвивати пов'язані із цією сферою науки, найважливішою з яких є математичне моделювання, адже лише воно дозволяє прорахувати поведінку апарату, під час запуску і при виході на орбіту планети. А це єдиний спосіб підготуватись до усіх можливих проблем які виникнуть під час реальних випробувань. Історія 2014-го року показала, що моделювання яким користувались Українські розробники було не досконалим, адже недостатній рівень прорахунку, і помилки при проектуванні які виникли через це призвели до катастрофи під час запуску останнього на даний момент українського носія «Antares». Наявність активних проектів у сфері показують наявність активної роботи українських вчених над вдосконаленням систем що використовувались у ті роки. На жаль на даний момент оприлюднені публікації робіт пов'язаних із цими роботами відсутні, але це пояснюється таємницею незакінченого проекту.

Дана робота є спробою зробити свій вклад у розвиток математичного моделювання механіки як науки і створити робочу систему моделювання механічного руху, яка має потенціал розвинути у більший проект у майбутньому.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Приклад використання математичного моделювання наведений Дьоміною Н.А. та Морозовим М.В. у їхній роботі «Математичне, комп'ютерне моделювання фізичних процесів при проведенні лабораторних робіт» де було зосереджено увагу на

можливостях програми MathCad 14.0 Pro демонструє як моделювання дозволяє пришвидшити та покращити якість навчання, поглибивши знання студентів за рахунок використання систем моделювання фізичних явищ. У наведеній роботі демонструється перевага можливості проводити експерименти і дослідження у віртуальному середовищі при навчанні молодих спеціалістів, поглиблюючи їх знання і даючи творчий простір. Така практика широко поширилась у світі і повсюди застосовується для отримання максимально глибоких теоретичних знань і розуміння особливостей практичного процесу дослідження та створення певних систем, чи продуктів які необхідні будуть у роботі молодим спеціалістам коли вони почнуть працювати і сфері своєї спеціальності. Це демонструє ще один із важливих аспектів застосування математичного моделювання – поглиблення і якісне покращення процесу навчання на будь якій стадії.

Питання математичного моделювання фізичного руху об'єкта у просторі розглядається у роботі Зіновєєва І.В. «Моделювання руху автомобільного транспорту в умовах три смугової дороги». Де він розглядає проблему математичного моделювання в цілях створення система яка могла б визначати наслідок руху умовного автомобіля і результат його переміщення у заданій просторовій моделі. Таким чином він створює математичну модель траси де рухаються умовні автомобілі із можливістю визначити і прорахувати їх рух і передбачити можливі зіткнення та аварії, подібна робота має цінність в розвитку автоматичних автомобілів.

Автори Чернуха О.Ю., Гончарук В.Є., Білушак Ю.І. і Чувара А.Є. демонструють надзвичайну широту застосувань математичного моделювання фізики у своїй роботі «Математичне моделювання та прогнозування поширення радіоактивних забруднень у при поверхневих шарах насиченого ґрунту». Продемонструвавши у своїй роботі способи застосовувати математичне моделювання фізики для демонстрації наслідків таких складних процесів як вплив радіації на природні об'єкти і розкриття екологічної проблеми що за цим стоїть.

**Постановка задачі.** Мета дослідження – створення системи, призначення якої моделювати механічний рух тіла із заданими параметрами, такими як: стартова швидкість, прискорення, маса і кут руху. Як результат кінцевий програмний продукт повинен виводити пройденої відстань, час який тіло перебувало у русі, перш ніж зупинилось і графік із координатами пройдених тілом точок, таким чином показуючи траєкторію руху тіла. Для досягнення даної мети необхідно:

- обрати середовище відтворення фізичних явищ, для якого широко використовується поняття *фізичний движок*;
- обрати середовище розробки і мову програмування які оптимально підійдуть для рішення поставленої задачі;
- теоретично дослідити явище математичного моделювання і створити технічне завдання для систематизації процесу розробки;
- створити програмний продукт, що стане рішенням поставленої задачі і буде відповідати вимогам даної роботи.

Об'єкт дослідження – процес створення програмного продукту мета якого моделювання фізичного руху тіла у просторі із заданими параметрами. Принцип за яким проводиться відтворення фізичних явищ у обчислювальному середовищі, та сама природа існування математичного моделювання як явища.

Предмет дослідження – програмний продукт роль якого відтворювати фізичні явища у віртуальному середовищі із заданими параметрами, які визначає оператор при запуску програмного продукту. Спосіб створення такого продукту на конкретному прикладі та можливості його використання і розвитку, а також сфери застосування подібного продукту.

Принцип математичного моделювання будується на ідеї дослідити навколишній світ за допомогою числових відображень подій що відбуваються. У контексті механіки це відображається у створенні чисельної системи координат із певним нульовим значенням яке є точкою відліку переміщення у даній системі, а також задавання чисельної форми усім можливим варіантам такого переміщення і усім подіям які можуть відбутись у такій системі. Наприклад вплив гравітації, який відображається у вигляді вектору сили що тисне на тіло яке перебуває у системі. Для роботи такої системи усі можливі події і явища повинні бути завчасно чисельно сформовані і подані у вигляді формул із правилами їх використання, тоді ЕОМ зможе моделювати події в рамках заданих правил.

Надзвичайно важливою формулою у даному контексті є формула другого закону Ньютона:

$$\vec{a} = \vec{F} / m$$

де  $\vec{a}$  є векторною величиною прискорення пов'язаною із векторною величиною  $\vec{F}$  як являє собою векторне відображення сили, яка діє на тіло і  $m$ , що є скалярною величиною маси тіла на яке діє сила. Таким чином дана формула демонструє як буде себе поводити під впливом певної сили тіло із різною масою. Тоді тіло із заданою величиною сили що привела його в рух під певним кутом відносно об'єкту рухаючись під дією сили тяжіння отримає параболічний рух який буде визначатись сумою векторів прискорення заданого тілу при початку руху і прискорення, що створює гравітаційний вплив. Саме із скалярної суми цих двох векторних величин ми і будемо отримувати точки переміщення тіла у системі координат, що пізніше дасть можливість побудувати графік руху створивши графічне відображення математичної моделі руху.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** На даний момент моделювання фізики досягнуло значних висот. Ми можемо розрахувати переміщення небесних тіл які знаходяться за світлові роки від нашої планети, вичислюючи неймовірну кількість даних таких як гравітаційний вплив усіх тіл що знаходяться на шляху переміщення, досліджуваного об'єкту, його швидкість, масу і траєкторію враховуючи можливий вплив інших космічних тіл. Таким чином ми отримуємо технологію яка використовує обчислювальні потужності сучасних ЕОМ для відтворення за допомогою формул моделювання фізичних явищ таких як рух, прискорення, гравітаційний вплив і т.д. Ці технології дозволяють будувати будь які моделі відомих на даний момент фізичних явищ

і прогнозувати події та поведінку досліджуванних тіл і явищ. Це дає можливість проводити віртуальні досліди в комп'ютерних системах не вдаючись до реальних експериментів уникаючи можливих нещасних випадків та негативних наслідків проведення подібних досліджень на практиці. Так можна навести приклад «Великого адронного колайдера», робота якого розраховувалась і моделювалась роками, перш ніж реальний апарат ще почав будуватись. Таким чином вдалось уникнути усіх катастроф і проблем про які говорив увесь світ зі страхом спостерігаючи за будівництвом і запуском колайдера.

Для досягнення мети даної роботи необхідно розробити математичну модель поведінки тіла рух якого буде відтворюватись у програмному продукті який має стати результатом роботи. Для модуляції переміщення фізичного тіла, необхідні формули гравітації і руху під кутом до горизонту із заданими параметрами. Для цього будуть використовуватись параметри: такі як маса тіла, швидкість руху і кут руху.

Щоб задати переміщення тіла буде використано формулу кута між векторами:  $\cos \alpha = \frac{\vec{a} * \vec{b}}{|\vec{a}| * |\vec{b}|}$ , яка дозволить перетворити кут руху і швидкість на вектори прискорення і таким чином задати прискорення тілу під заданим кутом. Зробити це дозволить фізичний движок Unity і параметр RigidBody фізичного об'єкта у цій системі. Під час руху тіло буде передавати свої координати спеціальній системі фіксації даних, таким чином буде будуватись графік переміщення тіла у заданій системі координат.

**Висновки з проведеного дослідження.** Першим етапом роботи над даним проектом став вибір середовища відтворення фізичних явищ. Після аналізу доступних широкому користувачу інструментів був обраний фізичний движок Unity 2017 через його безкоштовну і цілком робочу версію, а також якісний, простий із високим технічним рівнем інструмент модуляції графіки. Система Unity має зручний і якісний інструментарій для роботи із фізикою і створення систем модуляції фізики. Саме цей програмний продукт дозволяє оптимізувати роботу із фізикою і надає всі необхідні інструменти для побудови запланованого програмного продукту.

Наступним етапом роботи над проектом стало обрання середовища розробки і мови програмування. Виходячи із вибору зробленого у попередньому пункті перед командою встав вибір із двох мов програмування підтримуваних оболонкою Unity 2017. Ці дві мови програмування це: JavaScript і C#. Проаналізувавши ці мови програмування і опрацювавши документацію Unity, команда вирішила обрати мову C# через ширший спектр можливостей, та більш інтуїтивну співпрацю із внутрішнім кодом Unity. Тому ця мова оптимально підходить для поставленої задачі.

Наступним етапом стало дослідження явища математичного моделювання і побудова технічного завдання. Постановка задач математичної фізики полягає в побудові математичних моделей, що описують основні закономірності досліджуваного класу фізичних явищ. Така постановка полягає у виведенні рівнянь (диференціальних, інтегральних, інтегро-диференціальних або алгебраїчних), яким задовольняють величини, що характеризують фізичний процес. При цьому виходять з основних законів, що враховують тільки найбільш істотні риси явища, відволікаючись від ряду його другорядних характеристик. Такими законами є зазвичай закони збереження, наприклад, кількості руху, енергії, числа частинок і т.д. Це призводить до того, що для опису процесів різної фізичної природи, але мають спільні характерні риси, виявляються застосовними одні і ті ж математичні моделі. Вивчення математичних моделей фізики математичними методами не тільки дозволяє отримати кількісні характеристики фізичних явищ і розрахувати із заданим ступенем точності хід реальних процесів, а й дає можливість глибокого проникнення в саму суть фізичних явищ, виявлення прихованих закономірностей, передбачення нових ефектів. Прагнення до більш детального вивчення фізичних явищ призводить до все більшого ускладнення описують ці явища математичних моделей, що в свою чергу унеможлиблює застосування аналітичних методів дослідження цих моделей. Створене технічне завдання дозволило приступити до ефективної розробки програмного продукту в середовищі Unity.

## Список літератури:

1. Дьоміна Н.А., Морозов М.В. Математичне, комп'ютерне моделювання фізичних процесів при проведенні лабораторних занять. Суми: СумДУ, 2014. – С. 69.
2. Папушин Ю.Л., Смирнов В.О., Білецький В.С. Дослідження корисних копалин на збагачуваність (навчальний посібник). Донецьк: Східний видавничий дім, НТШ-Донецьк, 2006. – 344 с.
3. М.М. Skripalenko. Mannesmann piercing of ingots by plugs of different shapes / V.E. Bazhenov, B.A. Romantsev, M.N. Skripalenko, T.B. Huy & Y.A. Gladkov // Materials Science and Technology. – 2016. – Т. 32, вип. 16. – С. 1712-1720.
4. Сергєєв П.В., Білецький В.С. Комп'ютерне моделювання технологічних процесів переробки корисних копалин (практикум) – Маріуполь: Східний видавничий дім, 2016. – 119 с. ISBN 978-966-317-258-3.
5. Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології : Наук. зб. Вип. 12 / Гол. ред. Я. Бурак. – Л.: Центр мат. моделювання Ін-ту приклад. проблем механіки і мат. ім. Я. Підстригача НАН України, 2010. – 215 с.
6. Мышкис А.Д. Элементы теории математических моделей. – 3-е изд., испр. – М.: КомКнига, 2007. – 192 с.
7. Рихтер Джеффри. CLR via C# программирование на платформе Microsoft.NET FRAMEWORK 4.5 на языке C#. 4-е изд. – Питер, 2013. – 182-259 с.

**Одокиенко С.М., Люта М.В., Розводовский О.В.**  
Киевский национальный университет технологий и дизайна

## **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДУЛЯЦИИ ДЛЯ РАСЧЕТА ДВИЖЕНИЯ ФИЗИЧЕСКОГО ТЕЛА**

### **Аннотация**

Начиная со второй половины 19-го века математическая модуляция начинает активно использоваться учеными для исследования физических явлений. Активное взаимодействие таких двух явлений как физика и математика породило большое количество новых направлений проведения физических исследований и открыло широкий спектр новых возможностей для человечества. Как одна из наиболее исследованных частей физики механика движения физических тел получила новые возможности с развитием математического моделирования. Не смотря на потрясающие вершины которых удалось достичь технологиям компьютерной модуляции физических явлений они все еще далеко не идеальны. Поэтому каждый год появляются новые идеи и технологические реализации в этом направлении, делающие новый шаг на встречу возможности смоделировать и воссоздать реальные физические явления за счет ЕВМ.

**Ключевые слова:** модуляция, физика, механическое движение, физический движок, скрипт, физическое явление, коллизия, прогнозирование, механика, система прогнозирования, математико-физическая модель.

**Odokienko S.M., Luta M.V., Rozvodovskyi O.V.**  
Kiev National University of Technologies and Design

## **USING MATH MODULATION OF PHYSICS FOR CALCULATING PHYSIC'S BODY MOVEMENT**

### **Summary**

At second half of 19's century math modulation starting to be actively used by scientists for physical researches. Active cooperation of two phenomenons such as math and physics gave birth to big number of new ways to research physics and opened wide spectrum of opportunities for humanity. As one of the most researched part of physics mechanics of physic's body movement it gain new possibilities with growing of math modeling. Even with such impressive highs that we reached technologies of computer modeling of physical phenomenons they still far from being perfect. So every year new ideas and technologies appear making new step to the opportunity of modeling and recreating real physical phenomenons with ECM.

**Keywords:** modulation, physic, mechanical movement, physical engine, script, collision, prognostication, mechanic, system of prognostication, math-physical model.