УДК 539.3

ОЦЕНКА ДИНАМИЧЕСКОЙ ПРОЧНОСТИ МНОГОСЛОЙНЫХ РЕЗЕРВУАРОВ ДЛЯ ХРАНЕНИЯ ЛЕГКОВОСПЛАМЕНЯЮЩИХСЯ ЖИДКОСТЕЙ С УЧЕТОМ НАЧАЛЬНОГО НЕОСЕСИММЕТРИЧНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ

Светличная С.Д.
Национальный университет гражданской защиты Украины

На основе прочностной пространственной теории оцениваются значения напряжений, развивающихся в цилиндрической части многослойных резервуаров для хранения легковоспламеняющихся жидкостей в случае критической ситуации. При этом учитывается начальное неосесимметричное деформирование резервуара.
Ключевые слова: динамическая прочность, резервуар, легковоспламеняющаяся жидкость, неосесимметричное деформирование, многослойный цилиндр, напряжение.

Постановка проблемы. Исследование прочностного состояния резервуаров для хранения легковоспламеняющихся жидкостей относится к актуальным проблемам противопожарной защиты объектов. С технологической точки зрения удобно изготавливать резервуары цилиндрической формы.

К одной из проблем, возникающих при проектировании таких резервуаров, относится точная оценка напряженного состояния их стенок при внутренних импульсных нагрузках, имитирующих силовое воздействие в критических ситуациях. Может, в частности, возникнуть случай, когда очаг инициирования находится не в центре резервуара, а на некоторой оси. Тогда для начального периода деформации можно рассматривать неосесимметричное нагружение цилиндрической части резервуара.

На основе оценки значений напряжений можно определить допустимую массу легковоспламеняющейся жидкости, подрыв которой не приведет к нарушению целостности резервуара. Такой прогноз способствует предотвращению пожароопасных ситуаций.

Для того, чтобы резервуары выдерживали большие динамические давления, целесообразно изготавливать их из композитных материалов, например, в виде многослойной оболочки.

Анализ последних исследований и публикаций. В работе [1] исследуется прочностное состояние многослойных цилиндрических резервуаров в случае осесимметричного дефоромирования, то есть когда взрывная нагрузка прикладывается строго по центру внутренней цилиндрической поверхности. В данной статье рассмотрена задача более общего вида, учитывающая неосесимметричное нагружение многослойного цилиндра. В работе развивается численно-аналитический подход к решению нестационарных задач теории упругости, описанный в работах [2-4].

Выделение нерешенных ранее частей общей проблемы. В настоящее время наиболее точную оценку значений напряжений дают теории, основанные на пространственном деформировании конструктивных элементов. Поэтому будем описывать деформирование цилиндрической части многослойного резервуара уравнениями динамической теории упругости.

Цель статьи. Определить значения напряжений, развивающихся в цилиндрической части многослойных резервуаров для хранения легковоспламеняющихся жидкостей в случае критической ситуации, учитывая начальное неосесимметричное деформирование резервуара.

Изложение основного материала. В качестве исходной модели рассматривается система, состоящая из N≥2 вложенных цилиндрических упругих слоев, контактирующих между собой во все время деформирования. Предполагаем, что на внутреннюю поверхность 1-го слоя и на внешнюю поверхность слоя с номером N прикладываются нестационарные нагрузки нормального и касательного вида, моделирующие изменение импульсного давления на поверхностях резервуара.

Анализ будем проводить с использованием цилиндрической системы координат (r,θ,z). Нумерация слоев производится в направлении возрастания радиальной координаты (i=1,2,...,N). Уравнения, описывающие нестационарное деформирование точек упругой среды, в случае плоской деформации имеют вид [5]:

$$\rho_i \frac{\partial^2 u_{ri}}{\partial t^2} = (\lambda_i + 2\mu_i)\frac{\partial \Delta_i}{\partial r} - \frac{2\mu_i}{r}\frac{\partial \omega_{zi}}{\partial \theta};$$

$$\rho_i \frac{\partial^2 u_{\theta i}}{\partial t^2} = \frac{\lambda_i + 2\mu_i}{r}\frac{\partial \Delta_i}{\partial \theta} + 2\mu_i \frac{\partial \omega_{zi}}{\partial r}. \qquad (1)$$

Здесь λ_i, μ_i – постоянные Ламе i-го слоя, ρ_i – плотность материала, t – время, u_{ri}, $u_{\theta i}$ – радиальное и окружное перемещения точек, принадлежащих i-му слою, Δ_i – объемное расширение, ω_{zi} – проекция вектора вращения точек i-го слоя на ось Z.

Из системы уравнений (1) с помощью несложных преобразований получаем волновые уравнения для величин Δ_i и ω_{zi}:

$$\frac{1}{a_i^2}\frac{\partial^2 \Delta_i}{\partial t^2} = \nabla^2 \Delta_i; \ \frac{1}{b_i^2}\frac{\partial^2 \omega_{zi}}{\partial t^2} = \nabla^2 \omega_{zi}, \qquad (2)$$

где ∇^2 – лапласиан в цилиндрической системе координат, a_i, b_i – скорости соответственно продольных и поперечных волн возмущений, возникающих в материале i-го слоя.

Начальные условия для уравнений (1) примем нулевыми.

Систему граничных и контактных условий, отражающих выбранный характер нагружения многослойного цилиндра и жесткое скрепление его слоев, запишем в форме

$$\sigma_{r1}(R_{01},\theta,t) = f_1(\theta,t); \ \sigma_{r\theta,1}(R_{01},\theta,t) = f_2(\theta,t);$$
$$u_{ri}(R_i,\theta,t) = u_{r,i+1}(R_{0,i+1},\theta,t); \ u_{\theta i}(R_i,\theta,t) = u_{\theta,i+1}(R_{0,i+1},\theta,t);$$
$$\sigma_{ri}(R_i,\theta,t) = \sigma_{r,i+1}(R_{0,i+1},\theta,t); \qquad (3)$$
$$\sigma_{r\theta,i}(R_i,\theta,t) = \sigma_{r\theta,i+1}(R_{0,i+1},\theta,t) \ \text{(i=1,2,...,N-1)}$$
$$\sigma_{rN}(R_N,\theta,t) = 0; \ \sigma_{r\theta,N}(R_N,\theta,t) = 0.$$

Здесь R_{0i} – радиус внутренней граничной цилиндрической поверхности i-го слоя, R_i – радиус внешней граничной поверхности этого слоя, $f_1(\theta,t)$, $f_2(\theta,t)$ – заданные функции, определяющие изменение неосесимметричных нагрузок, приложенных на граничной поверхности $r = R_{01}$.

Для отделения угловой координаты θ в выражениях (1)-(3) применим разложение входящих в них функций в ряды Фурье. Для исключения временной переменной запишем полученные системы уравнений в пространстве изображений по Лапласу [6]. В результате с учетом нулевых начальных условий из уравнений (1) получим систему уравнений следующего вида:

$$\bar{u}_{ri}^{\,n} = \frac{a_i^2}{S^2}\frac{d\bar{\Delta}_i^{\,n}}{dr} - \frac{2b_i^2}{rS^2}\bar{\omega}_{zi}^{\,n};$$

$$\bar{u}_{\theta i}^{\,n} = -\frac{na_i^2}{rS^2}\bar{\Delta}_i^{\,n} + \frac{2b_i^2}{S^2}\frac{d\bar{\omega}_{zi}^{\,n}}{dr}, \qquad (4)$$

где $\bar{u}_{ri}^{\,n}$, $\bar{u}_{\theta i}^{\,n}$, $\bar{\Delta}_i^{\,n}$, $\bar{\omega}_{zi}^{\,n}$ – изображения коэффициентов разложений соответствующих величин.

Аналогично из соотношений (2) получим уравнения

$$\frac{S^2}{a^2}\bar{\Delta}_i^{\,n} = \frac{d^2\bar{\Delta}_i^{\,n}}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d\bar{\Delta}_i^{\,n}}{dr} - \frac{n^2}{r^2}\bar{\Delta}_i^{\,n};$$

$$\frac{S^2}{b^2}\bar{\omega}_{zi}^{\,n} = \frac{d^2\bar{\omega}_{zi}^{\,n}}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d\bar{\omega}_{zi}^{\,n}}{dr} - \frac{n^2}{r^2}\bar{\omega}_{zi}^{\,n}. \qquad (5)$$

Выражения (5) являются модифицированными уравнениями Бесселя относительно $\bar{\Delta}_i^{\,n}$, $\bar{\omega}_{zi}^{\,n}$. Их общие решения записываются следующим образом:

$$\bar{\Delta}_i^{\,n} = C_{1i}^{\,n}(S)I_n\left(\frac{rS}{a_i}\right) + C_{2i}^{\,n}(S)K_n\left(\frac{rS}{a_i}\right);$$

$$\bar{\omega}_{zi}^{\,n} = C_{3i}^{\,n}(S)I_n\left(\frac{rS}{b_i}\right) + C_{4i}^{\,n}(S)K_n\left(\frac{rS}{b_i}\right),$$

где $C_{ji}^{\,n}(S)$ (j=1,2,3,4) – произвольные функции параметра S, $I_n(x)$ – модифицированная функция Бесселя мнимого аргумента, $K_n(x)$ – функция Макдональда.

В силу произвольности функций $C_{ji}^{\,n}(S)$ величины $\bar{\Delta}_i^{\,n}$, $\bar{\omega}_{zi}^{\,n}$ записываются в виде, удобном для перехода в пространство оригиналов. Подставляя их в формулы (4), получаем выражения для $\bar{u}_{ri}^{\,n}$, $\bar{u}_{\theta i}^{\,n}$. Затем полученные соотношения подставляем в выражения для коэффициентов разложений напряжений в пространстве изображений в цилиндрической системе координат $\bar{\sigma}_{ri}^{\,n}$, $\bar{\sigma}_{r\theta,i}^{\,n}$, $\bar{\sigma}_{\theta i}^{\,n}$, $\bar{\sigma}_{zi}^{\,n}$. Используя таблицы и стандартные приемы операционного исчисления, получаем для коэффициетов разложений перемещений и напряжений выражения в форме "бегущей волны". После подстановки данных соотношений в граничные и контактные условия (3) получается система интегральных уравнений Вольтерра для функций $C_{ji}^{\,n}(t)$ (j=1,2,3,4).

Для нахождения неизвестных функций применяется численный подход, заключающийся в их аппроксимации кусочно-постоянными аналогами и дальнейшем сведении анализа системы интегральных уравнений к решению системы алгебраических уравнений. Преобразовывая с учетом аппроксимирующих выражений формулы, найденные для коэффици ентов разложений перемещений и напряжений, получаем соотношения, удобные для численной реализации.

На рис. 1, а–г представлены соответственно зависимости от времени безразмерных напряжений σ_r, $\sigma_{r\theta}$, σ_θ, σ_z, отнесенных к импульсному давлению σ_0, реализующихся в двухслойном цилиндре, имеющем следующие параметры:

$$R_0^1 = 0,09 \text{ м},\ R_1^1 = R_0^2 = 0,105 \text{ м},\ R_1^2 = 0,12 \text{ м},$$

$$E_1 = 2,058\times10^{11} \text{ Н/м}^2,\ \nu_1 = 0,3,\ \rho_1 = 7,8\times10^3 \text{ кг/м}^3,$$

$$E_2 = 6\times10^{10} \text{ Н/м}^2,\ \nu_2 = 0,22,\ \rho_2 = 2,5\times10^3 \text{ кг/м}^3,$$

где E_i, ν_i – упругие постоянные материала слоев цилиндра. Вдоль горизонтальных осей на рисунке отложено число «шагов» m во времени. Предполагается, что в рядах Фурье отличными от нуля являются коэффициенты с индексами $n = 2$.

Расчеты производились в точке, находящейся в середине первого слоя (r = 0,0975 м). При этом принимались граничные условия, соответствующие заданию на внутренней поверхности радиальной нагрузки в виде конечного импульса:

$$\sigma_{1r}(R_0^1,t) = -\sigma_0\, H(\omega_0 - t),\ \sigma_{2r}(R_1^2,t) = 0,$$

$$\sigma_{1r\theta}(R_0^1,t) = 0,\ \sigma_{2r\theta}(R_1^2,t) = 0,$$

где $\omega_0 = (R_1^1 - R_0^1)\,/\,a_1$.

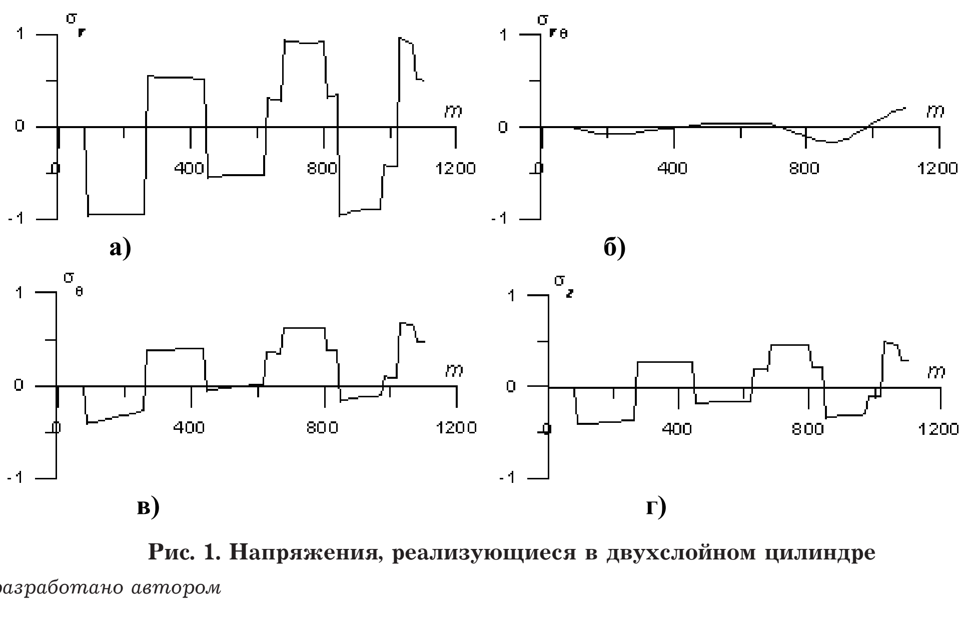

Рис. 1. Напряжения, реализующиеся в двухслойном цилиндре

Источник: разработано автором

Представленные результаты описывают промежуток времени деформирования составного цилиндра, отвечающий нескольким пробегам волн деформаций вдоль его толщины. Видно, что наибольшие значения принимают радиальные напряжения σ_r. На рисунках видны скачки в значениях напряжений, обусловленные наложением прямых и отраженных волн.

Выводы и предложения. Данная методика расчета обеспечивает точное удовлетворение системам начальных, граничных и контактных условий. Она дает возможность точно определить значения напряжений в любой точке многослойного резервуара цилиндрической формы в произвольный момент времени.

Список литературы:

1. Светличная С.Д. Исследование прочностного состояния многослойных резервуаров для хранения легковоспламеняющихся и взрывающих жидкостей / С.Д. Светличная // Проблемы пожарной безопасности. – 2000. – Вып. 7. – С. 187-189.
2. Гузь А.Н. Гидроупругость систем оболочек / А.Н. Гузь, В.Д. Кубенко, Бабаев А.Э. – К.: Вища школа, 1984. – 208 с.
3. Янютин Е.Г. Импульсное деформирование упругих элементов конструкций / Е.Г. Янютин. – К.: Наук. думка, 1993. – 147 с.
4. Янютин Е.Г. Импульсные воздействия на упруго деформируемые элементы конструкций / Е.Г. Янютин, И.В. Янчевский. – Харьков: ХГАДТУ (ХАДИ), 2001. – 184 с.
5. Ляв А. Математическая теория упругости / А. Ляв. – М.–Л.: Гостехиздат, 1965. – 674 с.
6. Диткин В.А. Справочник по операционному исчислению / В.А. Диткин, А.П. Прудников. – М.: Высш. шк., 1965. – 467 с.

Світлична С.Д.
Національний університет цивільного захисту України

ОЦІНКА ДИНАМІЧНОЇ МІЦНОСТІ БАГАТОШАРОВИХ РЕЗЕРВУАРІВ ДЛЯ ЗБЕРЕЖЕННЯ ЛЕГКОЗАЙМИСТИХ РІДИН З УРАХУВАННЯМ ПОЧАТКОВОГО НЕОСЕСИМЕТРИЧНОГО ДЕФОРМУВАННЯ

Анотація
На основі просторової теорії міцності оцінюються значення напружень, що розвиваються в циліндричній частині багатошарових резервуарів для збереженні легкозаймистих рідин в разі критичної ситуації. При цьому ураховується початкове неосесиметричне деформування резервуару.
Ключові слова: динамічна міцність, резервуар, легкозаймиста рідина, неосесиметричне деформування, багатошаровий циліндр, напруження.

Svitlychna S.D.
National University of Civil Defence of Ukraine

EVALUATION OF DYNAMIC STRENGTH OF MULTILAYER STORAGE TANKS FOR FLAMMABLE LIQUIDS WITH THE INITIAL NONAXISYMMETRICAL DEFORMATION

Summary
The values of the stresses that develop in the cylindrical part of the multilayered storage tanks for flammable liquids are estimated on the basis of a strength spatial theory in case of an emergency. This takes into account the initial nonaxisymmetric reservoir deformation.
Keywords: dynamic strength, nonaxisymmetric deformation, multilayered cylinder, stress.