

## ПРИКЛАДНЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА КОРПУСА УСТЬЕВОЙ ШТАНГОВОЙ СКВАЖИННОЙ НАСОСНОЙ УСТАНОВКИ

Ханкишиева Т.У.

Азербайджанский государственный университет нефти и промышленности

В статье рассматривается расчет тройникового соединения устьевого сальника штанговой скважины. С этой целью использован метод конечных элементов. Устьевой сальник тройникового соединения нагружен внутренним давлением. Составлена геометрическая модель тройникового соединения, записаны граничные условия: условия сопряжения оболочек [A] и граничные условия на контуре оболочек.

**Ключевые слова:** штанговый скважинный насос, тройниковое соединение устьевого сальника, метод конечного элемента, распределение напряжения, распределение перемещения.

**Постановка вопроса.** Одним из весьма распространенных в эксплуатации, в нефтяном мире нефтяных месторождений, является штанговый скважинный насосный способ, около 75-80%. В связи с этим, одним из ответственных элементов штанговой скважинной насосной установки является его узел устьевого сальника, корпус которого представляет собой тройниковое соединение «труб». Отсутствие научно обоснованных методов расчета тройниковых соединений произвольной геометрии приводит к тому, что действующие нормы проектирования и технические условия в явном виде не регламентируют напряжения в зоне соединения. Все рекомендации к проектированию тройниковых соединений составлены чисто эмпирически, на основании лишь опытных данных.

Поэтому разработка методики численной оценки напряженного состояния открывает возможность составлению научно обоснованных норм их проектирования и эксплуатации.

Рассмотрим ортогональное тройниковое соединение тонкостенных труб (корпус), нагруженное внутренним давлением скважинной нефти. Сопрягаемые трубы считаем как тонкостенные оболочки, при этом отношение диаметров оболочек не ограничиваем.

**Решение задачи.** Задачу решаем в физической и геометрической линейной постановке. Существует несколько подходов к решению поставленной задачи. Известные аналитические решения можно систематизировать по двум направлениям.

Одно из них предлагает, что диаметр патрубка мал по сравнению с диаметром основной трубы. В этом случае кривая пересечения аппроксимируется плоской кривой (окружностью), а основная оболочка считается полой.

Другое направление не предусматривает каких-либо ограничений на размеры оболочек. В этом случае гипотеза плоской кривой уже неприменима. Нельзя также использовать и уравнения теории пологих оболочек. Решение представляется в рядах, условие сопряжения оболочек удовлетворяется численно в отдельных точках линии соединения. Полученные результаты решения соответствуют эксперименту только качественно.

Трудности получения аналитического решения заставили исследователей обратиться к численным методам, одним из которых является метод конечных элементов.

При расчете конструкции методом конечных элементов в первую очередь необходимо рассмотреть конструкцию разбить на дискретные элементы, т.е. составить геометрическую модель конструкции.

**Геометрическая модель соединения тройник.** При построении геометрической модели тройникового соединения учтем, что тройник имеет две плоскости геометрической симметрии. Предположим самый общий случай нагружения, сил и моментов на патрубок и основную трубу. В этом случае внешнюю нагрузку удастся разбить на симметричную и кососимметричную составляющие относительно продольной плоскости симметрии. Поэтому геометрическую модель составим лишь для половины конструкции.

Для деления используем нерегулярную сетку со сгущением в предполагаемой зоне возмущения напряженного состояния. Для этого поверхность патрубка в окружном направлении разбиваем на равные части. В зоне соединения размеры конечных элементов относящиеся к основной трубе получаются зависимыми от размеров элементов относящихся к патрубку. Вне зоны соединения размеры элементов в направлении от линии пересечения изменяем по закону арифметической прогрессии. На рис. 1 показана разбивка модели тройникового соединения на 210 элементов. Ввиду симметрии изображена лишь четверть конструкции. Линии деления совмещаем с линиями главных кривизны оболочек, при таком делении образуются элементы, имеющие прямоугольную, и в зоне соединения оболочек треугольную формы.

Для более точной аппроксимации оболочек используем конечные элементы естественной кривизны. На основании анализа сходимости известных решений с использованием разнообразных элементов к точному для расчета тройникового соединения выбираем прямоугольный элемент Кантина-Клафа [1]. Для аппроксимации зоны соединения используем прямоугольный конечный элемент совместимый с выбранным прямоугольным конечным элементом. При таком делении получается, что элемент имеет три рабочих положения. Дополнительный узел посередине треугольного элемента обеспечивает более точное удовлетворение условий сопряжения по линии соединения оболочек.

Для аппроксимации перемещений используем полиномы в сочетании с тригонометрическими функциями [1]. Перемещения в плоскости элемента аппроксимируются билинейными по-

линомами, из плоскости – бикубическими. Тригонометрические функции позволяют учесть перемещения элемента как жесткого тела.

В результате принятой аппроксимации перемещения и угла поворота показатели сохраняют непрерывность по всей поверхности патрубка и основной трубы. Условия же сопряжения по линии соединения оболочек удовлетворяются лишь в отдельных узловых точках.

**Граничные условия.**

**А.** Условия сопряжения оболочек. Канонические уравнения метода конечных элементов в варианте метода перемещений составляем для основной трубы в цилиндрической системе координат связанной с трубой, для патрубка – в системе координат патрубка. Условные точки линии соединения принадлежат одновременно и трубе и патрубку. Поэтому уравнения равновесия, относящиеся к этим узлам, необходимо записать в единой системе координат. Для этого используем матрицу преобразований [A].

Запишем

$$\{\Delta\} = [A]\{\Delta'\}, \tag{1}$$

где  $\{\Delta\}$  – вектор перемещений или вектор сил для узловых точек линии соединения в системе координат основной трубы;  $\{\Delta'\}$  – аналогичный вектор, записанный в системе координат патрубка.

Положение каждого узла определяется шестью обобщенными координатами:

$$u; v; w; \xi; w_\eta - v/r; w_{\xi\eta} \tag{2}$$

где  $(*)$ ;  $(*)_\xi$ ;  $(*)_\eta$  – компоненты полного перемещения и их производные (см. рис. 1).

Представим матрицу преобразований в виде

$$\begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [A_1] & 0 \\ 0 & [A_2] \\ 0 & A_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta'_1 \\ \Delta'_2 \\ \Delta'_3 \end{Bmatrix} \tag{3}$$

Здесь  $\Delta_1$  и  $\Delta'_1$  – вектор линейных перемещений и вектор сил (моментов нулевого порядка);  $\Delta_2$  и  $\Delta'_2$  – вектор угловых перемещений и вектор моментов первого порядка;  $\Delta_3$  и  $\Delta'_3$  – вектор кручения и вектор момента порядка (бимомент) соответственно.

Матрица преобразований  $[A_1]$  перехода из базиса патрубка в базис основной трубы имеет вид

$$[A_1] = \begin{bmatrix} 0 & \sin \varphi & -\cos \varphi \\ -m \sin \varphi & \cos \varphi \sqrt{1 - m^2 \sin^2 \varphi} & \sin \varphi \sqrt{1 - m^2 \sin^2 \varphi} \\ \sqrt{1 - m^2 \sin^2 \varphi} & m \sin \varphi \cos \varphi & m \sin^2 \varphi \end{bmatrix} \tag{4}$$

где  $m = \frac{r}{R}$  – отношение радиуса патрубка к радиусу основной трубы;  $\varphi, \theta$  – угловые координаты (см. рис. 1).

Заметим, что в узлах предусматривается непрерывность лишь угловых перемещений из плоскости элемента, условие непрерывности на углы поворота в плоскости не накладывается. В связи с этим матрица преобразований  $[A_2]$  имеет вид

$$[A_2] = \begin{bmatrix} \cos \varphi \sqrt{1 - m^2 \sin^2 \varphi} & m \sin \varphi \\ -\sin \varphi & 0 \end{bmatrix} \tag{5}$$

Для нахождения зависимости вектора кручения в базисе патрубка от вектора кручения в базисе основной трубы сообщим элементу срединной поверхности патрубка, примыкающему к узлу на линии соединения, единичное возмущение  $w_{\xi\eta} = w_{\eta\xi}$ .

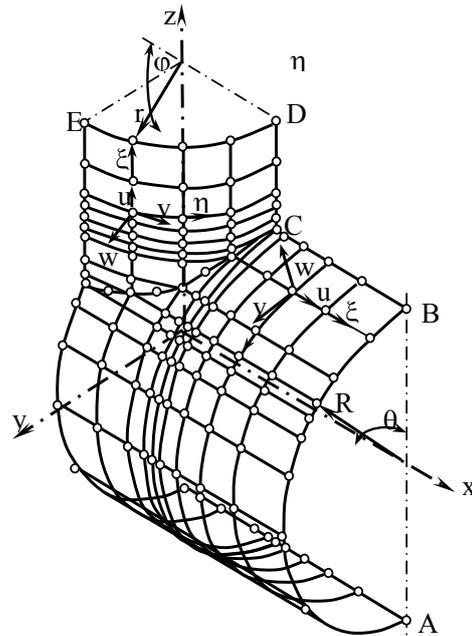


Рис. 1. Разбивка модели треугольного соединения

Проектируя соответствующие возмущения на орты базиса основных труб, получим:

$$A_3 = \frac{1}{2} \left[ (m - 1) \sin \varphi + \cos \varphi \sqrt{1 - m^2 \sin^2 \varphi} \right] \tag{6}$$

Отметим, что получения матрицы преобразований  $[A]$  не является ортогональной, т.е.  $[A]^{-1} \neq [A]^T$ . Значит, работа узловых сил на обобщенных перемещениях в базисе патрубка равна работе узловых сил на соответствующих перемещениях в базисе основной трубы. Это энергетическое несоответствие, в частности, объясняется нарушением в узлах условия непрерывности углов поворота в плоскости элемента. Матрица  $[A]$  позволяет осуществить преобразование вектора сил и вектора перемещений из системы координат патрубка в систему координат основной трубы (прямые преобразования). Аналогично получается матрица обратных преобразований. При этом матрица обратных преобразований оказывается транспортированной к матрице прямых преобразований.

**Б.** Граничные условия на контуре оболочек. Граничные условия на контуре определяются сливом нагружения. В случае действия на тройник внутреннего давления полагаем, что края оболочек закрыты фланцами. Ставим своей задачей анализ напряженного состояния, обусловленного только эффектом соединения оболочек. Закрепим фланцы так, чтобы в точках, достаточно удаленных от зоны соединения, имело место лишь безмоментное напряженное состояние. Для этого примем (см. рис. 1)

$$\begin{aligned} AB; \vartheta = w, \xi = 0; W = W_0; \\ N_\xi = \pm \frac{1}{2} P \cdot R \\ ED; v = w, \xi = 0; w = w_0; N_\xi = \frac{1}{2} Pr. \end{aligned} \tag{7}$$

Известно, что при симметричной нагрузке кососимметричные силовые факторы в плоскости симметрии обращаются в нуль. В связи с этим запишем граничные условия для контура в плоскости продольной симметрии

$$\vartheta = \omega = 0; N_{\xi} = Q + M_{\xi}, \xi = 0 \quad (8)$$

где P – внутреннее давление

$$w_0 = \frac{PR^2}{2Eh}(2 - \mu)$$

радиальное перемещение, соответствующее безмоментному напряженному состоянию;  $N_{\xi}; Q; N_{\xi}; M_{\xi}$  – усилия и моменты, приходящиеся на единицу длины контура срединной поверхности оболочек; E – модуль упругости;  $\mu$  – коэффициент Пуассона; h – толщина оболочки. При расчете конструкций методом конечных элементов граничные условия учитывают при составлении системы канонических уравнений: силовые граничные условия – при вычислении узловых сил, которые находим из условий статической эквивалентности условиям на контуре и нагрузке на элемент, кинематические граничные условия – путем постановки заданных перемещений на контуре в систему канонических уравнений, которые производим с помощью приема прикладных методов. Расчет тройникового соединения тонкостенных труб реализован на ЭВМ, в качестве исходных данных вводятся геометрические и механические характеристики патрубка и основной трубы, параметры внешней нагрузки.

**Сравнительный анализ результатов расчета.**

Полученные результаты расчета соединений тройник сопоставим с экспериментом и решением. Для сравнения рассмотрим тройниковое соединение тонкостенных труб со следующими геометрическими размерами:

R, cm	H, cm	r, cm	h, cm	r/R	R/H	r/h
12,7	0,254	6,35	5,2	0,5	50	50

Здесь R, H – радиус и толщина основной трубы; r, h – радиус и толщина патрубка соответственно.

Механические характеристики патрубка и основной трубы; E = 2,1 · 10<sup>6</sup> кгс/см<sup>2</sup> модуль упругости первого рода;  $\mu = 0,3$  – коэффициент Пуассона. Рассмотрим нагружение соединения внутренним давлением P=4 МПа (40 кг/см<sup>2</sup>). Другие случаи нагружения могут быть реализованы путем незначительных изменений программы, связанных с заменой кинематических и силовых граничных условий на контуре оболочек.

На рис. 2 пунктирными и сплошными линиями изображены в характерных сечениях контрсрединные поверхности оболочек до и после нагружения. Показаны перемещения узловых точек контура. Как и следовало ожидать, решение по-

лучается симметричным относительно нормальной плоскости симметрии. Характерной особенностью совместной работы патрубка и основной трубы сопоставленных размеров является наличие значительных радиальных перемещений в нормальной плоскости в зоне соединения оболочек. Поскольку эта зона при R/r → 1 работает по схеме пластинки.

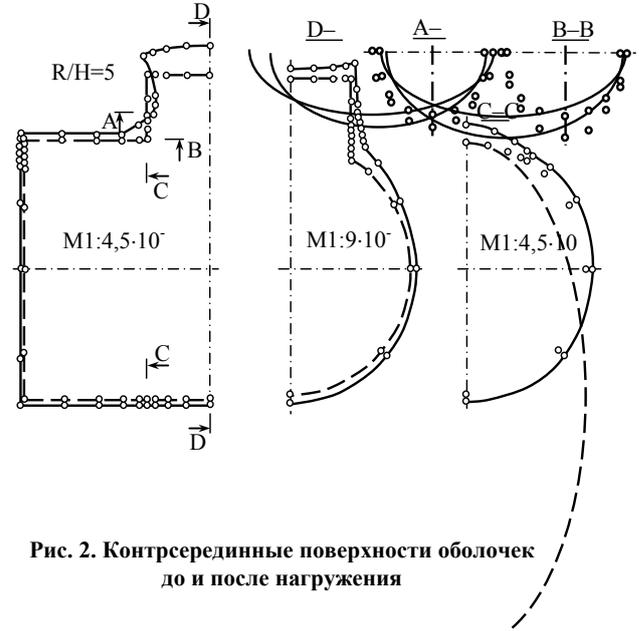


Рис. 2. Контрсрединные поверхности оболочек до и после нагружения

На рис. 3-6 показаны эпюры распределения напряжений по контуру в продольной плоскости симметрии, где как следует из анализа полученного решения, возникают наибольшие местные напряжения.

Напряжения вычислялись на наружной поверхности патрубка и основной трубы для тройников с различными толщинами стенок  $\frac{R}{H} = \frac{r}{h} = 25, 50, 100$ .

**Выводы.**

1. Зона возмущения напряженного состояния достаточно локальна и быстро затухает к безмоментному состоянию. В отличие от продольного сечения возмущение напряженного состояния в поперечном состоянии распространяется на большее расстояние.

2. Наиболее напряженными оказались угловые точки на линии соединения.

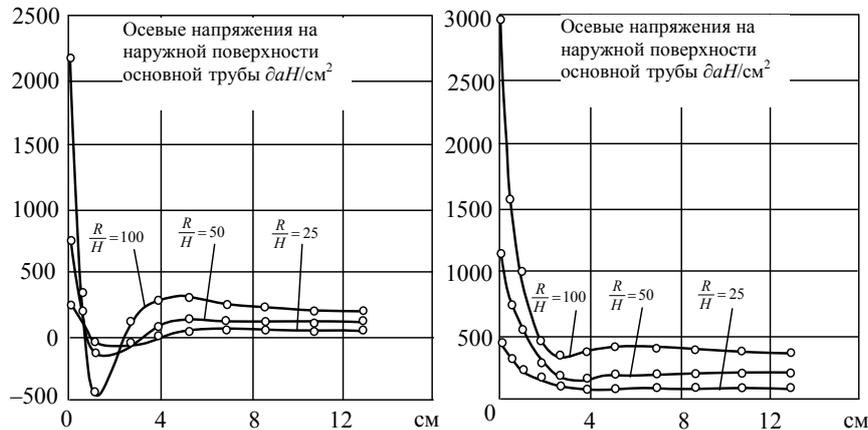


Рис. 3. Эпюры распределения напряжений

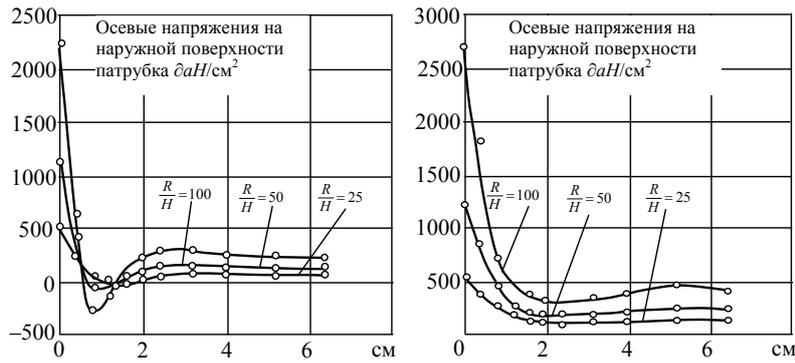


Рис. 4.

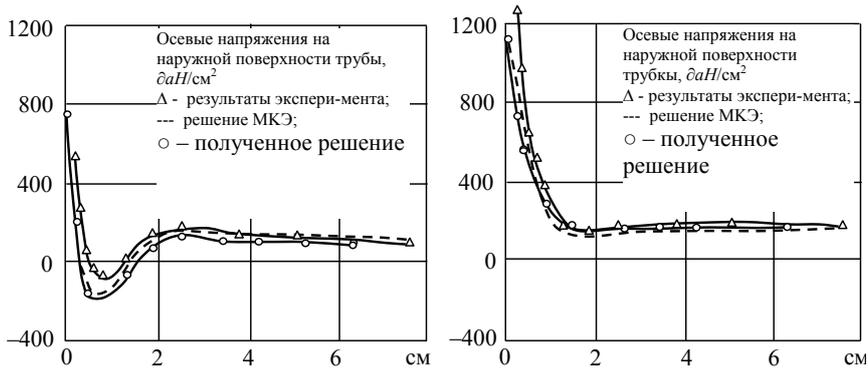


Рис. 5.

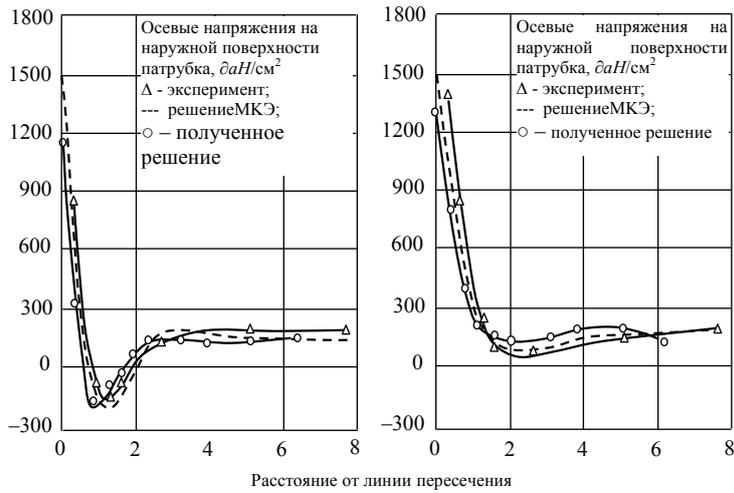


Рис. 6.

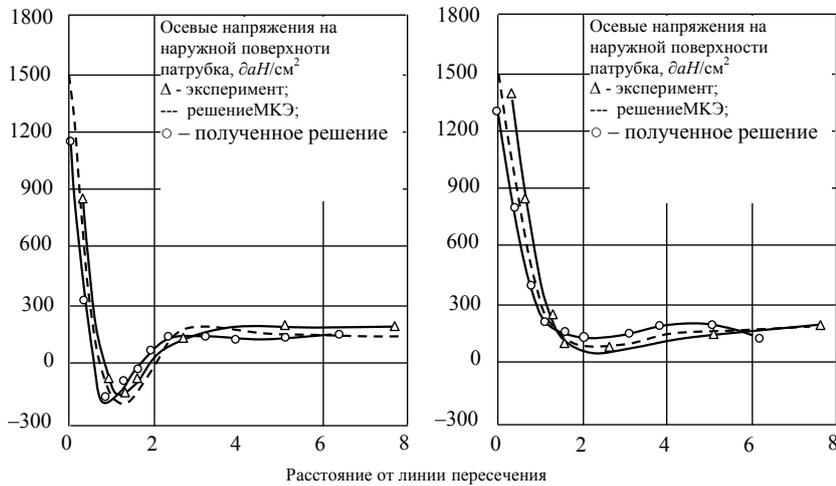


Рис. 7.

**Список литературы:**

1. Кантин Ж., Клаф Р. Искривленный дискретный элемент цилиндрической оболочки. – «Ракетная техника и космонавтика». 1968. № 6. С. 82-88.
2. Пэн К. Бекет напряжений и смещений в месте пересечения оболочек. – «Конструирование и технология машиностроения», 1970. № 2. С. 44-49.
3. Хэнсбери Ю., Джонс Н. Теоретическое исследование упругого поведения двух цилиндрических оболочек, пересекающихся под прямым углом. – «Конструирование и технология машиностроения». 1969. № 3. С. 36-46.
4. Мамедов В.Т., Ханкишиева Т.У. Определение оптимальной формы уплотнения сальника штока штанговых скважинных насосов. ВНИИОЭНГ, «Оборудование и технологии для нефтегазового комплекса». № 1. 2015. С. 31-27.
5. Чехов В.Н., Шевляков Ю.Н. Концентрация напряжений возле люков на поверхности цилиндрических оболочек. В кн.: Концентрация напряжений. Вып. 2. Киев: «Наукова думка», 1968. С. 218-230.
6. Ando Y., Yagama C., Kikuchi F. Stress distributions in thin – walled intersecting cylindrical subjected to internal pressure and in plane force. «Prepr. 1-st. Int. Conf. Struct. Mech. React. Technol.», Berlin, 1971, Vol. 3, Part G., s. 1, s.a. GR-2/1-G-2/13.

**Khankishiyeva T.U.**

Azerbaijan State Oil and Industry University

## **THE APPLIED METHODS FOR CALCULATING THE CASING OF THE WELLHEAD BOREHOLE PUMPING ROD INSTALLATION**

### **Summary**

The article considers the calculation of the tee joint of the wellhead stuffing box of the rod well. For this purpose, was used the finite element method. Wellhead gland of the tee joint loaded with internal pressure. The geometric model of the tee joint was made, the boundary conditions are written: the conjugation conditions of the shell [A] and the boundary conditions on the shell contour.

**Keywords:** borehole rod pump, tee joint of wellhead stuffing box, finite element method, allocation of voltage, allocation of displacement.