

# ТЕХНІЧНІ НАУКИ

DOI: <https://doi.org/10.32839/2304-5809/2019-10-74-3>

УДК 004.94:621.315.592

Головченко К.О., Мокрицький В.А.  
Одеський національний політехнічний університет

## ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ХАРАКТЕРИСТИК БІПОЛЯРНОГО ТРАНЗИСТОРА

**Анотація.** Аналізуючи стан теорії та практики застосування транзисторів показує, що в даний час існує потреба в математичних моделях, що враховують комплекс взаємопов'язаних теплофізичних та електричних процесів, які протікають в транзисторних структурах. Моделі транзистора повинні забезпечувати високу точність, а описуючи їх параметри повинні досить легко визначатися і перевірятися. В даній статті досліджено роботу таких математичних моделей характеристик біполярного транзистора, як модель Молла-Еберса, малого сигналу та управління зарядом. У кожній моделі є власні області застосування. Зроблено висновок, яка з моделей дозволить прогнозувати роботу радіоелектронної апаратури в умовах потужних перешкод, що дозволить рекомендувати її для розрахунків характеристик пристроїв на основі біполярних транзисторів.

**Ключові слова:** біполярний транзистор, математична модель, Молл-Еберс, Гуммель-Пун, малий сигнал, дослідження.

Holovchenko Kateryna, Mokritsky Vadim  
Odessa National Polytechnic University

## RESEARCH OF MATHEMATICAL MODELS CHARACTERISTICS OF A BIPOLAR TRANSISTOR

**Summary.** Analyzing the state of theory and practice of using transistors shows that there is now a need for mathematical models that take into account the complex of interconnected thermophysical and electrical processes occurring in transistor structures. Also, when predicting the reliability of transistors, it is necessary to take into account the stationarity and space of thermophysical and electrical processes, the temperature dependences of thermophysical and electrophysical characteristics of the materials used. Transistor models should provide high accuracy, and describing their parameters should be easy to determine and verify. This article investigates the work of such mathematical models of characteristics of a bipolar transistor, as the Moll-Ebers model, small signal and charge control. Each model has its own application. Increasing the reliability of the circuits is an urgent task today. Because electronic devices are mostly composed of chips, their reliability is determined by the reliability of the elements used. One of the components of their reliability is the constancy of electrical characteristics when exposed to external factors, such as temperature and humidity of the environment, mechanical factors. Special attention deserves external deformation of electrical characteristics. Under this we realize the various deformations that are the most pressure generated and transverse bends. In the real sense, as a rule, perceive some action in the thick body of the device. In this work, a heterogeneous deformation is made between the crystalline circuits and its housing. At its disposal, the pressure present on the crystalline circuits is sufficient to change the remaining electrical characteristics. The conclusion is made, which of the models will allow to predict the operation of radio-electronic equipment in the conditions of powerful interference, which will allow to recommend it for calculating the characteristics of devices based on bipolar transistors.

**Keywords:** bipolar transistor, mathematical model, Moll-Ebers, Gummel-Poon, small signal, research.

**Постановка проблеми.** На сьогоднішній день електроніка стала невід'ємною складовою в усіх сферах життя. Відповідно вимоги до пристроїв стають жорсткішими. Економія енергоспоживання, максимальна зручність у використанні, доступність, а головне надійність виходять на перший план при виборі та користуванні електронними приладами. Надійність електронних пристроїв відіграє дуже важливу роль у всіх сферах використання, оскільки визначає гарантований час виконання задач. Біполярним транзисторам все ще віддають перевагу в високочастотних та аналогових програмах через їх високу швидкість, низький рівень шуму та високу вихідну потужність [1]. Для кількісного розрахунку характеристик біполярного транзистора бажано мати математичні моделі з такими параметрами як коефіцієнт передачі емітерного струму, опір емітерного переходу, опір колектор-

ного переходу, коефіцієнт зворотного зв'язку по напрузі, об'ємний опір бази, тепловий струм колектора, бар'єрні та дифузійні ємності.

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.** До теперішнього часу не вирішено ряд серйозних науково-технічних проблем, зумовлених специфікою роботи біполярних транзисторів. В багатьох публікаціях останнім часом пишуть про те, що механізм порушення однорідного струму-розподілення і виникнення «гарячих плям» (областей локальних перегрівів) в транзисторних структурах пов'язаний з сильною температурної залежністю щільності струму через емітерний перехід. Негативні особливості шунування струму в транзисторі багато в чому також пов'язані з тим, що транзистор є приладом, керованим за цим параметром. Струм емітера при постійному коефіцієнті передачі однозначно визначає повний колекторний струм. Як наслідок шунування

при поглинаючому струмі емітера може не супроводжуватися зміною струму в навантаженні. Таким чином, при шнурованні струму транзистора може залишатися працездатним, проте його надійність різко падає, а характеристики сильно деградують.

**Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми** проявляється в дослідженні ефектів, які дозволяють прогнозувати роботу радіоелектронної апаратури в умовах потужних перешкод, запропонувати способи і методи поліпшення їх стійкості.

**Мета дослідження** – пошук математичної моделі характеристик біполярного транзистора підвищеної надійності. Це дозволить прогнозувати роботу радіоелектронної апаратури в умовах потужних перешкод, запропонувати способи і методи поліпшення їх стійкості. Аналіз стану теорії та практики застосування транзисторів показує, що в даний час існує потреба в математичних моделях, що враховують комплекс взаємопов'язаних теплофізичних та електричних процесів, що протікають в транзисторних структурах [2]. Також при прогнозуванні надійності транзисторів необхідно враховувати не стаціонарність і просторовість теплофізичних та електричних процесів, температурні залежності теплофізичних і електрофізичних характеристик застосовуваних матеріалів.

**Виклад основного матеріалу.** Транзистори зазвичай застосовуються в підсилювачах і логічних електронних схемах. У мікросхемах в єдиний функціональний блок об'єднані тисячі інтегрованих транзисторів. Але цей пристрій не є ідеальним, окрім переваг він ще і має ряд недоліків, що суттєво впливають на характеристики всього пристрою. Це створило потребу у створенні механізмів моделювання та прогнозування його поведінки. Транзистор являє собою структуру, що складається з двох р-п-переходів [3]. У нормальному підсилювальному режимі роботи емітерний перехід інжектує носії заряду, які, частково рекомбінують в області бази та потрапляють у колекторний перехід і створюють колекторний струм. Струм рекомбінації носіїв заряду в базі створює струм бази. Геометрія транзистора визначається таким чином, щоб рекомбінаційна складова струму бази була відповідною інжекційній складовій струму емітера, тому створюється можливість малою величиною базового струму керувати значними величинами струму колектора. Таким чином, транзистор має здатність підсилення струму, що визначає його основні властивості.

На сьогоднішній час розроблено декілька математичних моделей характеристик біполярного транзистора. Математична модель транзистора – це сукупність еквівалентної схеми і математичних виразів, що описують елементи цієї схеми. Найбільш відомий варіант – це модель Молла-Еберса з двома джерелами струму. Дану модель запропонували Еберс і Молл в 1954 році. Різні варіанти її з розвитком обчислювальної техніки і машинних методів аналізу електронних схем стали широко використовуватися на практиці. Цей варіант моделі лежить в основі більш складних моделей, широко використовуваних в практиці математичного моделювання електронних схем, і застосовується в пакетах програм

Micro-Cap, Design Center та інших. Модель Молла-Еберса представлена системою рівнянь:

$$I_e = \frac{I_{e0}}{1 - \alpha_N \alpha_I} \left( e^{\frac{U_e}{\phi_0}} - 1 \right) - \frac{\alpha_I I_{k0}}{1 - \alpha_N \alpha_I} \left( e^{\frac{U_k}{\phi_0}} - 1 \right) \quad (1)$$

$$I_k = \frac{\alpha_N I_{e0}}{1 - \alpha_N \alpha_I} \left( e^{\frac{U_e}{\phi_0}} - 1 \right) - \frac{I_{k0}}{1 - \alpha_N \alpha_I} \left( e^{\frac{U_k}{\phi_0}} - 1 \right) \quad (2)$$

$$I_b = \frac{(1 - \alpha_N) I_{e0}}{1 - \alpha_N \alpha_I} \left( e^{\frac{U_e}{\phi_0}} - 1 \right) - \frac{(1 - \alpha_I) I_{k0}}{1 - \alpha_N \alpha_I} \left( e^{\frac{U_k}{\phi_0}} - 1 \right) \quad (3)$$

Рівняння (1-3) застосовують для аналізу статичних режимів транзистора при будь-яких комбінаціях струмів на переходах.

Модель біполярного транзистора Молла-Еберса відображають еквівалентною схемою з двома джерелами струму й двома р-п-переходами, а також елементами, що доповнюють моделі р-п-переходів [3].

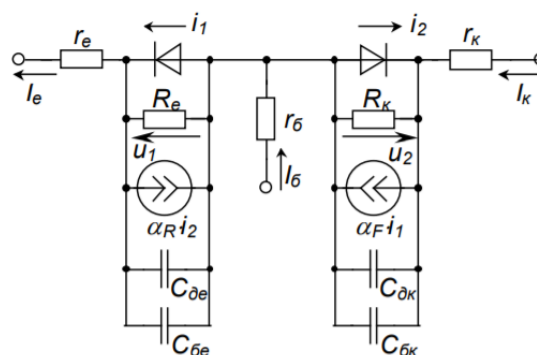


Рис. 1. Схема еквівалентної моделі Молла-Еберса біполярного транзистора

Досить відомою є модель управління зарядом, яка відома як модель Гуммеля-Пуна [4]. До складу моделі входять ідеальні діоди, ідеальні керовані джерела струму, паразитні ємності, опори областей бази, емітера і колектора. Дана модель та сучасні її варіанти широко використовуються в популярних програмах, таких як SPICE.

Відправною точкою для аналізу служить так званий «передавальний варіант» рівнянь Молла-Еберса, які визначають струми транзистора через струми зв'язку між емітером і колектором і додаткові діодні струми емітерного і колекторного переходів [5].

$$J_{n=J_s} [\exp(qV_{bc} / kT) - \exp(qV_{be} / kT)] \quad (4)$$

Отримана щільність струму зв'язку  $J_n$ , яка виражається тут через повний струм  $I_n$ :

$$I_n = I_s \left[ \exp\left(\frac{V_{bc}}{V_t}\right) - \exp\left(\frac{V_{be}}{V_t}\right) \right] \quad (5)$$

За допомогою цього рівняння модель Молла-Еберса можна представити в наступному вигляді [3]:

$$I_c = -I_n - \left(\frac{I_s}{B_r}\right) \left[ \exp\left(\frac{V_{bc}}{V_t}\right) - 1 \right] \quad (6)$$

$$I_e = I_n - \left(\frac{I_s}{B_f}\right) \left[ \exp\left(\frac{V_{be}}{V_t}\right) - 1 \right] \quad (7)$$

$$I_b = \left(\frac{I_s}{B_f}\right) \left[ \exp\left(\frac{V_{be}}{V_t}\right) - 1 \right] + \left(\frac{I_s}{B_r}\right) \left[ \exp\left(\frac{V_{bc}}{V_t}\right) - 1 \right] \quad (8)$$

У такого запису трьох параметрів  $I_s$ ,  $B_f$  і  $B$ , виявляється досить для повного визначення основних співвідношень Молла-Еберса. Гуммель і Пун продемонстрували відносно прості методи, за допомогою яких систему можна модифікувати таким чином, щоб описати три важливих ефекту другого порядку:

1) рекомбінацію в області об'ємного заряду емітерного переходу при малих напругах зміщення емітер-база;

2) зниження коефіцієнта посилення по струму, спостережуване при великих токах;

3) вплив розширення області об'ємного заряду (ефект Ерлі) на струм зв'язку між емітером і колектором.

Ці ефекти другого порядку викликають відхилення реальних характеристик приладів від ідеальних [6]. У результаті такої модифікації з включенням зазначених ефектів виходить, що модель Гуммеля-Пуна зручна для автоматизованого моделювання. Рекомбінація в областях об'ємного заряду. Внаслідок рекомбінації в області об'ємного заряду змінюються рівняння діодів, що описують струми р-п-переходів. Ці зміни можна моделювати, додавши в модель Молла-Еберса чотири параметри, за допомогою яких базовий струм визначається як суперпозиція струмів ідеального і неідеального діода.

У моделі Гуммеля-Пуна заряд представлений складовими, які залежать від напруги зсуву і легко розраховуються. У моделі є «вбудований» заряд бази. Ці нові змінні в зручному вигляді відображують роль ефектів другого порядку, які враховуються з їх допомогою. Якщо ефект Ерлі можна не враховувати, то  $q_1$  прагне до одиниці. Якщо ефекти високого рівня інжекції не впливають на роботу транзистора, то  $q_2$  буде малим [7].

Отже, представлена модель описує ефекти модуляції ширини бази за допомогою двох напруг Ерлі, а ефекти високого рівня інжекції – за допомогою струмів зламу. Таким чином, для моделі Гуммеля-Пуна потрібно визначення трьох змінних базової моделі Молла-Еберса і чотирьох додаткових параметрів для моделювання ефектів рекомбінації в області об'ємного заряду. Знайдені параметри моделі Молла-Еберса забезпечують правильний опис роботи приладу в середньому діапазоні напруг зсуву, де не діють ефекти високого рівня інжекції.

Як видно з рисунку 2, в моделі є два діоди, що відображають переходи база-емітер і база-колектор, генератор струму, що описує передачу струму від емітера до колектора і навпаки, ем-

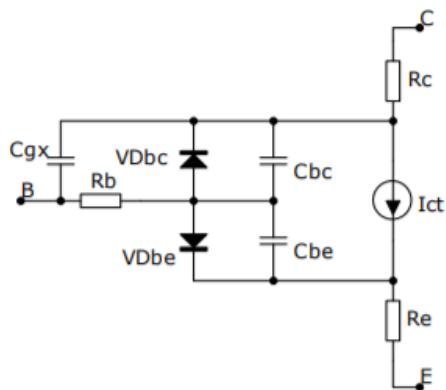


Рис. 2. Схема заміщення моделі Гуммеля-Пуна

ності переходів база-емітер і база-колектор, що включають бар'єрну і дифузійну складові, опори областей бази, емітера і колектора. Така модель дозволяє описувати як пряме, так і інверсне включення біполярного транзистору [4].

Малосигнальна еквівалентна схема біполярного транзистора отримана з моделі Молла-Еберса (рис. 1) шляхом заміни діодів резисторами, опорю яких дорівнюють диференціальним опорам емітерного і колекторного переходів. Крім того, виключені резистори мають малий опір, джерело струму та конденсатор.

Слід пам'ятати, що при заданих постійних складових струму емітера і напруги на колекторі параметри моделі постійні, проте вони можуть змінюватися при зміні постійних складових.

При аналізі підсилюючих пристроїв на біполярному транзисторі, включеному по схемі із загальним емітером, даної еквівалентною схемою (рис. 3) незручно користуватися, оскільки вихідний струм визначається струмом загального висновку [8].

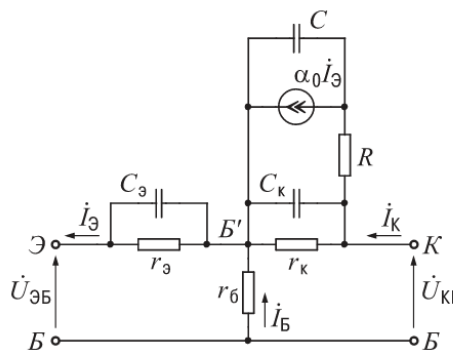


Рис. 3. Малосигнальна еквівалентна схема біполярного транзистора NPN

Використовуючи теорему про еквівалентний генератор струму, після відповідних перетворень можна отримати еквівалентну схему для включення з загальним емітером, показано на рисунку 4. В даній схемі струм керованого джерела визначається вхідним струмом бази. При цьому колекторний перехід описується резистором з опором менше диференціального опору колекторного переходу і конденсатором з ємністю більше бар'єрної ємності колекторного переходу.

Конденсатори, що моделюють ємності р-п-переходу, при розгляді роботи біполярних транзисторів на низьких частотах з схем можна виключити з огляду на малу величину їх ємності. На низьких

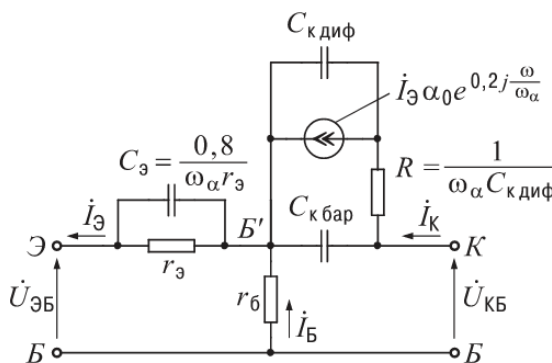


Рис. 4. Еквівалентна схема математичної моделі малого сигналу



частотах їх реактивний опір виявляється дуже великим і не впливає на роботу підсилювача. На високих частотах їх реактивний опір зменшується і стає таким же опором переходів, тому вони включаються в еквівалентну схему на високих частотах.

В режимі так званого «малого сигналу» вхідні і вихідні струми та напруги мають незначні відхилення від сталих значень у точці спокою [9]. Ці змінні складові вхідних і вихідних струмів та напруг зв'язані між собою системою лінійних рівнянь, тому для їх аналізу використовують спеціальні малосигнальні фізичні моделі, які складаються з лінійних елементів. Малосигнальні фізичні моделі відбивають структуру транзистора і ураховують його підсилюючі властивості.

**Висновки.** При автоматизованому моделюванні транзисторів на перше місце порівняно з обчислювальною простотою виходить точність моделей. Щоб машинні програми забезпечували максимальні результати, закладені в них моделі транзистора повинні забезпечувати високу точність як для великого, так і для малого сигналу, а описуючи їх параметри повинні досить легко визначатися і перевірятися.

Серед перелічених моделей транзистора більш вдало враховує зовнішні впливи модель

Молла-Еберса. Це дозволяє рекомендувати її для розрахунків характеристик пристроїв на основі біполярних транзисторів.

Збільшення надійності мікросхем є актуальним завданням сьогодення. Оскільки електронні пристрої здебільшого складаються з сукупності мікросхем, то їхня надійність визначається надійністю використовуваних елементів. Однією зі складових їх надійності є сталість електричних характеристик при впливі зовнішніх факторів, таких як температура і вологість довколишньої середовища, механічні фактори. Особливу увагу заслуговує вплив механічної деформації на електричні характеристики. Під таким впливом розуміють безпосередню деформацію, а саме вплив тиску, поздовжні та поперечні вигини. В реальних умовах такий вплив спричиняють деламінаційні процеси в товщі корпусу приладу. Внаслідок деламінації виникає неоднорідна деформація між кристалом мікросхеми та її корпусом. Внаслідок чого виникає тиск, що діє на кристал мікросхеми і є достатнім для зміни електричних характеристик останнього. Модель Молла-Еберса дозволяє вдало вирішувати задачі моделювання та прогнозування надійності приладів.

## Список літератури:

1. Головченко К.О., Мокрицький В.А. Комп'ютерне моделювання характеристик елементів електроніки. *Пятнадцата всеукраїнська конференція студентів та молодих науковців «Інформатика, інформаційні системи та технології»*. 2018. С. 12–13.
2. Головченко К.О., Мокрицький В.А. Комп'ютерний імітатор для дослідження характеристик елементів напівпровідникової електроніки. *Дев'ятнадцата міжнародна конференція «Сучасні інформаційні та електронні технології»*. 2018. С. 16–17.
3. Степаненко І.П. Основы теории транзисторов. Москва : ГЭИ, 1983. 376 с.
4. Васильева Л.Д., Медведенко Б.І., Якименко Ю.І. Напівпровідникові прилади. Київ : Кондор, 2008. 556 с.
5. Пасынков В.В., Чиркин Л.К. Полупроводниковые приборы. Москва : Высшая школа, 1987. 479 с.
6. Агаханян Т.М. Основы транзисторной электроники. Москва : «Энергия», 1974. 256 с.
7. Шалимова К.В. Практикум по полупроводникам и полупроводниковым приборам. Москва : Высшая школа, 1968. 464 с.
8. Прийма С.М. Математична логіка. Мелітополь : ТОВ «Видавничий будинок ММД», 2008. 134 с.
9. Дьянков В.П. Транзисторы и тиристоры. Теория и применение. Украина : Солон-пресс, 2008. 384 с.

## References:

1. Holovchenko, K.O., & Mokritsky, V.A. (2018). Komputerne modelivannia kharakterystyk elementiv elektroniky [Computer simulation of the characteristics of electronics elements]. *Fifteenth All-Ukrainian Conference of Students and Young Scientists «Informatics, Information Systems and Technologies»*. Odessa. (in Ukrainian)
2. Holovchenko, K.O., & Mokritsky, V.A. (2018). Kompiuternyi imitator dlia doslidzhennia kharakterystyk elementiv napivprovodnykovoї elektroniky [Computer simulator for semiconductor electronics characteristics characteristics]. *Nineteenth International Conference on Modern Information and Electronic Technologies*. Odessa. (in Ukrainian)
3. Stepanenko, I.P. (1983). *Osnovi teoryi tranzystorov* [Fundamentals of transistor theory]. Moscow : GEI. (in Russian)
4. Vasilyeva, L.D., Medvedenko, B.I., & Yakimenko, Y.I. (2008). *Napivprovodnykovi prylady* [Semiconductor devices]. Kiev : Condor. (in Ukrainian)
5. Pasyнков, V.V., & Chirkin, L.K. (1987). *Poluprovodnykovye prybory* [Semiconductor devices]. Moscow : High school. (in Russian)
6. Agahanyan, T.M. (1974). *Osnovy tranzystornoj elektroniky* [Fundamentals of Transistor Electronics]. Moscow : «Energy». (in Russian)
7. Shalimova, K.V. (1968). *Praktykum po poluprovodnykam y poluprovodnykovym pryboram* [Workshop on semiconductors and semiconductor devices]. Moscow : High school. (in Russian)
8. Priyma, S.M. (2008). *Matematychna lohika* [Mathematical logic]. Melitopol : MMD «Publishing House LLC». (in Ukrainian)
9. Dyankov, V.P. (2008). *Tranzystory i tyristory. Teoryya i prymenenye* [Transistors and thyristors. Theory and application]. Ukraine : Solon-press. (in Ukrainian)