DOI: https://doi.org/10.32839/2304-5809/2020-11-87-33
УДК 330.4:519.8

Довга Н.І., Цегелик Г.Г.
Львівський національний університет імені Івана Франка

ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ ПОСЛІДОВНОГО ВВЕДЕННЯ ОБМЕЖЕНЬ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ДВОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ЗАДАЧІ ПЛАНУВАННЯ ВИРОБНИЦТВА

Анотація. Досліджено процеси оптимізації плану виробництва продукції за певними критеріями шляхом моделювання. Основою функціонування будь-якого підприємства є виробнича програма (план виробництва і реалізації продукції). Основним завданням плану виробництва продукції є максимальне задоволення потреб споживачів у високоякісній продукції, яка випускається при найкращому використанні ресурсів, – з одного боку, і одержання підприємством максимального прибутку, – з іншого. З огляду на це, нами запропоновано двокритеріальну оптимізаційну модель, яка дає змогу скласти план випуску продукції таким чином, щоб максимально використати наявні ресурси і в той же час забезпечити максимальну якість виготовленої продукції та максимальний прибуток від реалізації цієї продукції. Розв'язок задачі з двома цільовими функціями і лінійними обмеженнями досягнутий за допомогою покрокового розв'язування запропонованої математичної моделі оптимізації плану виробництва продукції з використанням методу послідовного введення обмежень. В ході дослідження також використовувався симплекс метод. На прикладі наведено алгоритм вирішення поставленого завдання оптимізації.

Ключові слова: метод послідовного введення обмежень, план виробництва продукції, оптимізаційна модель, симплекс метод, математична модель.

Dovha Nataliia, Tsehelyk Hryhorii
Ivan Franko National University of Lviv

USING THE METHOD OF SEQUENTIAL RESTRICTIONS FOR SOLVING A DUAL-OBJECTIVE PROBLEM OF PRODUCTION PLANNING

Summary. The processes of optimization of the production plan according to certain criteria by modeling were investigated. Achieving effective results directly depends on the optimal production plan. The most important thing in determining the optimal production plan is the choice of modeling criteria. For the most part, the quality of decisions is characterized not by one but by many incomparable criteria. Therefore, it is necessary to make decisions based not on one but on many criteria. This so-called multi-objective optimization problem. For solving such problems is widely used mathematical methods. Mathematical approach can be used to solve problems in any particular activity as mathematics abstracted from specific features characteristic of a particular solution. Therefore, from the point of view of mathematics, the optimal result can be obtained with various established criteria, but from the economic point of view it is important to choose the ones that are of decisive importance. That is, their weight is important for the consumer when making a purchase decision, and for the manufacturer – in terms of production capabilities of certain types and results (production efficiency). The basis of the operation of any enterprise is a production program (production and sales plan). The main task of the production plan is to meet the needs of consumers in high-quality products, which are produced with the best use of resources, on the one hand, and the enterprise to get the maximum profit, on the other. With this in mind, a two-criteria optimization model that allows to make a production plan was proposed. The plan ensures that products are produced with the best use of available resources and at the same time ensures maximum quality of manufactured products and maximum profit from sales of these products. The solution of the problem with two objective functions and linear constraints is achieved by step-by-step solution of the proposed mathematical model of optimization of the production plan using the method of sequential restrictions. The simplex method was also used. An example shows an algorithm for solving the optimization problem.

Keywords: method of sequential restrictions, production plan, optimization model, simplex method, mathematical model.

Постановка проблеми. Досягнення ефективних результатів для підприємств безпосередньо залежить від оптимізації плану виробництва. Найголовніше при визначенні оптимального плану виробництва – це вибір критеріїв моделювання. Здебільшого якість рішень характеризується не одним, а багатьма критеріями. Тому необхідно приймати рішення, виходячи не з одного, а з багатьох критеріїв. Це так звані задачі багатокритеріальної оптимізації. Для вирішення таких задач широко застосовуються математичні методи. З точки зору математики оптимальний результат можна отримати з різними встановленими критеріями, але з економічної точки зору важливо вибрати ті, що мають вирішальне значення. Тобто їх вага важлива для споживача при прийнятті рішення про покупку, а для виробника – з точки зору виробничих можливостей певних видів та результатів (ефективності виробництва). В нашій роботі розглядається, як за допомогою методу послідовного введення обмежень [1; 2] можна забезпечити максимальну якість виготовленої продукції та максимальний прибуток від реалізації продукції. Важливо зазначити, що в роботі наводиться приклад для розв'язування цієї задачі.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Методи прийняття рішень, тема оптимізації фінансових рішень і математична економіка порушуються у дослідженнях таких авторів як Волошин О.Ф. [1], Мащенко С.О. [1], Цегелик Г.Г. [2] тощо. Для розв'язання багатокритеріальних задач існує низка методів [1; 2]. В [4] показано успішне використання одного з цих методів.

Виділення не вирішених раніше частин загальної проблеми. Проте, незва-жаючи на здобутки науковців, методологічні та прикладні проблеми методу послідовного введення обмежень для вирішення задач багатокритеріальної оптимізації планування виробництва вимагають досліджень і розробки системи.

Мета статті. Метою даної статті є використання методу послідовного введення обмежень [1; 2] для розв'язання задачі планування виробництва продукції, де за критерії прийнято якість виготовленої продукції та прибуток від реалізації продукції з урахуванням відомої кількості одиниць кожного ресурсу, які використовуються у виробництві.

Виклад основного матеріалу. Припустимо, що підприємство, використовуючи наявні ресурси, має можливість виробляти продукцію декількох видів. Відомо, скільки одиниць кожного ресурсу використовують для виробництва одиниці кожної продукції, запас кожного ресурсу, прибуток (в грошах) від реалізації одиниці кожної продукції, а також якість кожної продукції.

Задача полягає в тому, щоб скласти план виробництва продукції при наявних ресурсах, який забезпечує максимальний прибуток і максимальну якість продукції. Для розв'язання задачі з двома цільовими функціями і лінійними обмеженнями використано метод послідовного введення обмежень [1; 2]. Для розв'язання однокритеріальних задач використано симплексний метод [3], оскільки це є задачі лінійного програмування.

Введемо такі позначення:

n – кількість видів продукції, що виготовляє підприємство;

m – кількість різних ресурсів, які використовуються у виробництві;

a_{ij} – кількість одиниць j-го ресурсу, що використовується для виготовлення одиниці продукції i-го виду;

b_j – запас j-го ресурсу;

x_i – кількість одиниці продукції i-го виду, що планується виготовити (шукані величини);

p_i – прибуток від реалізації одиниці продукції i-го виду;

c_i – показник якості продукції i-го виду;

Тоді математична модель задачі матиме вигляд

$$P = f_1(x) = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i \to \max, \qquad (1)$$

$$C = f_2(x) = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i \to \max \qquad (2)$$

за умов

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_i \le b_j,\ j = \overline{1,m} \qquad (3)$$

$$x_i \ge 0, i = \overline{1,n} \qquad (4)$$

Алгоритм методу послідовного введення обмежень[1; 2] складається з низки кроків.

Перший крок. Обчислюємо оптимальні значення кожного критерію на множині альтернатив G_1, де G_1 – множина, задана нерівностями (3), (4). Нехай

$$\max f_1(x) = y_1,$$
$$\max f_2(x) = y_2,$$
$$x \in G_1.$$

Тоді вектор „ідеальної" оцінки на множині G_1 матиме вигляд

$$\tilde{y}^1 = (y_1,\quad y_2).$$

Далі визначаємо вагові коефіцієнти α_1, α_2 таким чином. Будуємо матрицю попарних порівнянь

$$B^{(1)} = \begin{pmatrix} b_{11}^{(1)} & b_{12}^{(1)} \\ b_{21}^{(1)} & b_{22}^{(1)} \end{pmatrix}.$$

Пара елементів $\left(b_{12}^{(1)},\ b_{21}^{(1)}\right)$ характеризує важливість першого критерію порівняно з другим. Якщо перший критерій переважає другий суттєво, то $b_{12}^{(1)} = 8, b_{21}^{(1)} = 1$; значно, то $b_{12}^{(1)} = 4, b_{21}^{(1)} = 1$; „звичайно", то $b_{12}^{(1)} = 2, b_{21}^{(1)} = 1$; якщо критерії рівноцінні, то $b_{12}^{(1)} = 1, b_{21}^{(1)} = 1$. Тепер обчислюємо вагові коефіцієнти критеріїв за такими формулами:

$$\alpha_1^{(1)} = \frac{b_{11}^{(1)} + b_{12}^{(1)}}{b_{11}^{(1)} + b_{12}^{(1)} + b_{21}^{(1)} + b_{22}^{(1)}},$$

$$\alpha_2^{(1)} = \frac{b_{21}^{(1)} + b_{22}^{(1)}}{b_{11}^{(1)} + b_{12}^{(1)} + b_{21}^{(1)} + b_{22}^{(1)}}$$

і розв'язуємо задачу

$$\alpha_1^{(1)} f_1(x) + \alpha_2^{(1)} f_2(x) \to \max$$

при обмеженнях (3), (4).

Нехай максимум у цій задачі досягається для альтернативи x^1, оцінка якої $y^1 = \left(f_1(x^1),\quad f_2(x^1)\right)$. Особа, що приймає рішення (ОПР), аналізує отриману альтернативу x^1 і оцінку y^1 шляхом її зіставлення з „ідеальною" оцінкою $\tilde{y}^1$. Якщо оцінка y^1 задовольняє ОПР, то процедура закінчується, а альтернативу x^1 приймають за розв'язок вихідної задачі. Інакше зазначають номер $s \in \{1,2\}$ критерію, значення якого найменше, на думку ОПР, його задовольняє; визначаємо, до якого рівня ξ_s треба покращити значення цього критерію, формулюємо нову „уточнену" множину альтернатив

$$G_2 = \left\{x \in G_1 \middle|\quad f_s(x) \ge \xi_s\right\}$$

і відбувається перехід на наступний крок.

На *другому кроці* знову виконуються ті самі дії, що й на першому кроці, тільки вже використовується множина альтернатив G_2 і т. д.

Приклад реалізації. ТзОВ «Турбота» виготовляє дитячі светри трьох видів (продукцію № 1 (x_1), продукцію № 2 (x_2), продукцію № 3 (x_3)). Для виготовлення використовуються ресурси: кашемір (сировина 1), вовна (сировина 2), льон (сировина 3). Відомо, скільки одиниць (у м²) кожного ресурсу використовується для виготовлення одиниці продукції кожного виду, якість одиниці виготовленої продукції кожного виду та прибуток від реалізації одиниці продукції кожного виду (у грн). Дані наведені у табл. 1. Підприємству необхідно скласти план виробництва продукції, за якого при використанні наявних ресурсів забезпечується максимальна якість продукції та максимальний прибуток.

Модель задачі матиме вигляд:

$$P = 4x_1 + x_2 + 3x_3 \to \max \quad (5)$$
$$C = 2x_1 + 5x_2 + x_3 \to \max \quad (6)$$

за умов

Таблиця 1

Вхідні дані до задачі

Види продукції	Види сировини			Ціна	Затрати
	Сировина 1	Сировина 2	Сировина 3		
Продукція № 1	1	1	3	4	2
Продукція № 2	3	1	5	1	5
Продукція № 3	2	4	2	3	1
Запаси сировини	100	80	120		

Джерело: розроблено авторами

Таблиця 2

Розв'язання задачі (5) за умов (7), (8) симплекс методом

i	Б	C	P_0	4	1	3	0	0	0
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
1	P_4	0	100	1	3	2	1	0	0
2	P_5	0	80	1	1	4	0	1	0
3	P_6	0	120	3	5	2	0	0	1
4			0	-4	-1	-3	0	0	0
1	P_4	0	60	0	4/3	4/3	1	0	
2	P_5	0	40	0	-2/3	**10/3**	0	1	
3	P_1	4	40	1	5/3	2/3	0	0	
4			160	0	17/3	-1/3	0	0	
1	P_4	0	44	0	8/5	0	1		
2	P_3	3	12	0	-1/5	1	0		
3	P_1	4	32	1	9/5	0	0		
4			164	0	28/5	0	0		

Джерело: розроблено авторами

Таблиця 3

Розв'язання задачі (6) за умов (7), (8) симплекс методом

i	Б	C	P_0	2	5	1	0	0	0
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
1	P_4	0	100	1	3	2	1	0	0
2	P_5	0	80	1	1	4	0	1	0
3	P_6	0	120	3	**5**	2	0	0	1
4			0	-2	-5	-1	0	0	0
1	P_4	0	28	-4/5	0	4/5	1	0	
2	P_5	0	56	2/5	0	18/5	0	1	
3	P_2	5	24	3/5	1	2/5	0	0	
4			120	1	0	1	0	0	

Джерело: розроблено авторами

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 \le 100 \\ x_1 + x_2 + 4x_3 \le 80 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 \le 120 \end{cases} \tag{7}$$

$$x_i \ge 0, i = \overline{1,n}. \tag{8}$$

Використовуючи симплекс метод знайдемо максимальні значення цільових функцій P і C на множині допустимих альтернатив.

Розв'язуючи задачу

$$P = 4x_1 + x_2 + 3x_3 \to \max$$

за умов

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 \le 100 \\ x_1 + x_2 + 4x_3 \le 80 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 \le 120 \end{cases}$$

$$x_i \ge 0, i = \overline{1,n}$$

симплексним методом, одержуємо табл. 2.

Розв'язуючи задачу

$$C = 2x_1 + 5x_2 + x_3 \to \max$$

за умов

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 \le 100 \\ x_1 + x_2 + 4x_3 \le 80 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 \le 120 \end{cases}$$

$$x_i \ge 0, i = \overline{1,n}$$

симплексним методом, одержуємо табл. 3.

Як бачимо з табл. 2 для першого критерію найкращою альтернативою є $x^{*} = (32,\ 0,\ 12)$, а з табл. 3 для другого критерію – $x^{*} = (0,\ 24,\ 0)$. Тому $\max P = 164$, $\max C = 120$. Отже, вектором „ідеальної" оцінки є $\tilde{y}^1 = (164;\ 120)$.

Нехай перший критерій значно переважає другий. Тоді матриця переваг критеріїв набуде вигляду

$$B^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Обчисливши вагові коефіцієнти критеріїв

$$\alpha_1^{(1)} = \frac{b_{11}^{(1)} + b_{12}^{(1)}}{b_{11}^{(1)} + b_{12}^{(1)} + b_{21}^{(1)} + b_{22}^{(1)}} = \frac{1+4}{1+4+1+1} = \frac{5}{7}$$

$$\alpha_2^{(1)} = \frac{b_{21}^{(1)} + b_{22}^{(1)}}{b_{11}^{(1)} + b_{12}^{(1)} + b_{21}^{(1)} + b_{22}^{(1)}} = \frac{1+1}{1+4+1+1} = \frac{2}{7}$$

розв'язуемо задачу

$$\frac{5}{7}\left(4x_1 + x_2 + 3x_3\right) + \frac{2}{7}\left(2x_1 + 5x_2 + x_3\right) \to \max \qquad (9)$$

за умов

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 \le 100 \\ x_1 + x_2 + 4x_3 \le 80 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 \le 120 \end{cases}$$

$$x_i \ge 0, i = \overline{1,n}$$

симплексним методом і одержуємо табл. 4.

Як бачимо з табл. 4 розв'язком цієї задачі є альтернатива $x^1 = (32;\ 0;\ 12)$, а її оцінка $y^1 = (164;\ 76)$.

Нехай ОПР вирішила, що мінімальний рівень другого критерію становить 90. Тоді отримуємо „уточнену" множину альтернатив

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 \le 100 \\ x_1 + x_2 + 4x_3 \le 80 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 \le 120 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 \ge 90 \end{cases} \qquad (10)$$

$$x_i \ge 0, i = \overline{1,n}. \qquad (11)$$

Обчислюємо оптимальні значення кожного критерію окремо на „уточненій" множині альтернатив.

Розв'язуючи задачу

$$P = 4x_1 + x_2 + 3x_3 \to \max$$

за умов

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 \le 100 \\ x_1 + x_2 + 4x_3 \le 80 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 \le 120 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 \ge 90 \end{cases}$$

Таблиця 4

Розв'язання задачі (9) за умов (7), (8) симплекс методом

і	Б	С	P_0	**24/7**	**15/7**	**17/7**	**0**	**0**	**0**
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
1	P_4	0	100	1	3	2	1	0	0
2	P_5	0	80	1	1	4	0	1	0
3	P_6	0	120	3	5	2	0	0	1
4			0	-24/7	-15/7	-17/7	0	0	0
1	P_4	0	60	0	4/3	4/3	1	0	
2	P_5	0	40	0	-2/3	**10/3**	0	1	
3	P_1	24/7	40	1	5/3	2/3	0	0	
4			960/7	0	25/7	-1/7	0	0	
1	P_4	0	44	0	8/5	0	1		
2	P_3	17/7	12	0	-1/5	1	0		
3	P_1	24/7	32	1	9/5	0	0		
4			972/7	0	124/35	0	0		

Джерело: розроблено авторами

Таблиця 5

Розв'язання задачі (5) за умов (10), (11) симплекс методом

і	Б	С	P_0	4	1	3	0	0	0	0
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
1	P_4	0	100	1	3	2	1	0	0	0
2	P_5	0	80	1	1	4	0	1	0	0
3	P_6	0	120	3	5	2	0	0	1	0
4	P_7	0	-90	-2	-5	-1	0	0	0	1
5			0	-4	-1	-3	0	0	0	0
1	P_4	0	46	-1/5	0	7/5	1	0	0	
2	P_5	0	62	3/5	0	19/5	0	1	0	
3	P_6	0	30	**1**	0	1	0	0	1	
4	P_2	1	18	2/5	1	1/5	0	0	0	
5			18	-18/5	0	16/5	0	0	0	
1	P_4	0	52	0	0	8/5	1	0		
2	P_5	0	44	0	0	16/5	0	1		
3	P_1	4	30	1	0	1	0	0		
4	P_2	1	6	0	1	-1/5	0	0		
5			126	0	0	34/5	0	0		

Джерело: розроблено авторами

Таблиця 6

Розв'язання задачі (6) за умов (10), (11) симплекс методом

i	Б	С	P_0	2	5	1	0	0	0	0
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
1	P_4	0	100	1	3	2	1	0	0	0
2	P_5	0	80	1	1	4	0	1	0	0
3	P_6	0	120	3	5	2	0	0	1	0
4	P_7	0	-90	-2	**-5**	-1	0	0	0	1
5			0	-2	-5	-1	0	0	0	0
1	P_4	0	46	-1/5	0	7/5	1	0	0	
2	P_5	0	62	3/5	0	19/5	0	1	0	
3	P_6	0	30	1	0	1	0	0	1	
4	P_2	5	18	2/5	1	1/5	0	0	0	
5			90	0	0	0	0	0	0	

Джерело: розроблено авторами

Таблиця 7

Розв'язання задачі (12) за умов (10), (11) симплекс методом

i	Б	С	P_0	4	1	3	0	0	0	0
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
1	P_4	0	100	1	3	2	1	0	0	0
2	P_5	0	80	1	1	4	0	1	0	0
3	P_6	0	120	3	5	2	0	0	1	0
4	P_7	0	-90	-2	-5	-1	0	0	0	1
5			0	-3	-3	-2	0	0	0	0
1	P_4	0	46	-1/5	0	7/5	1	0	0	
2	P_5	0	62	3/5	0	19/5	0	1	0	
3	P_6	0	30	**1**	0	1	0	0	1	
4	P_2	3	18	2/5	1	1/5	0	0	0	
5			54	-9/5	0	-7/5	0	0	0	
1	P_4	0	52	0	0	8/5	1	0		
2	P_5	0	44	0	0	16/5	0	1		
3	P_1	3	30	1	0	1	0	0		
4	P_2	3	6	0	1	-1/5	0	0		
5			108	0	0	2/5	0	0		

Джерело: розроблено авторами

$$x_i \ge 0, i = \overline{1,n}$$

симплексним методом, одержуємо табл. 5.

Розв'язуючи задачу

$$C = 2x_1 + 5x_2 + x_3 \to \max$$

за умов

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 \le 100 \\ x_1 + x_2 + 4x_3 \le 80 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 \le 120 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 \ge 90 \end{cases}$$

$$x_i \ge 0, i = \overline{1,n}$$

симплексним методом, одержуємо табл. 6.

Як бачимо з табл. 5 $\max\limits_{x \in G_2} P = 126$, а з табл. 6 $\max\limits_{x \in G_2} C = 90$. Тоді вектором „ідеальної" оцінки буде $\tilde{y}^2 = (126;\ \ 90)$.

Нехай тепер критерії рівноцінні для ОПР. Матриця переваг у цьому випадку набуде вигляду

$$B^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Обчисливши вагові коефіцієнти критеріїв

$$\alpha_1^{(2)} = \frac{b_{11}^{(2)} + b_{12}^{(2)}}{b_{11}^{(2)} + b_{12}^{(2)} + b_{21}^{(2)} + b_{22}^{(2)}} = \frac{1+1}{1+1+1+1} = \frac{1}{2}$$

$$\alpha_2^{(2)} = \frac{b_{21}^{(2)} + b_{22}^{(2)}}{b_{11}^{(2)} + b_{12}^{(2)} + b_{21}^{(2)} + b_{22}^{(2)}} = \frac{1+1}{1+1+1+1} = \frac{1}{2}$$

розв'язуємо задачу

$$\frac{1}{2}(4x_1 + x_2 + 3x_3) + \frac{1}{2}(2x_1 + 5x_2 + x_3) \to \max \qquad (12)$$

за умов

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 \le 100 \\ x_1 + x_2 + 4x_3 \le 80 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 \le 120 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 \ge 90 \end{cases}$$

$$x_i \ge 0, i = \overline{1,n}$$

симплексним методом і одержуємо табл. 7.

Як бачимо з табл. 7 розв'язком цієї задачі є ефективна альтернатива $x^2 = (30;\ 6;\ 0)$ і її оцінка $y^2 = (126;\ \ 90)$.

Якщо отримана ефективна альтернатива та її оцінка задовольняють ОПР, то процедура закінчується. У протилежному випадку відбувається перехід до наступного кроку.

Висновки і пропозиції. Запропоновано використання методу послідовного введення обмежень [1; 2] для розв'язування задачі планування виробництва продукції. За критерії оптимальності прийнято максимальну якість виготовленої продукції та максимальний прибуток від реалізації цієї продукції. Наведено алгоритм розв'язування задачі і його використання для розв'язання конкретного прикладу. Запропоновану двокритеріальну модель оптимізації плану виробництва можна використовувати в різних галузях економіки.

Список літератури:

1. Волошин О.Ф., Мащенко С.О. Моделі та методи прийняття рішень : навч. посіб. Київ : ВПЦ «Київський університет», 2010. 336 с.
2. Цегелик Г.Г. Моделі та методи підтримки прийняття рішень в умовах визначеності : текст лекцій. Львів : ЛНУ імені Івана Франка, 2015. 92 с.
3. Цегелик Г.Г. Математичне програмування : навч. посібник. Львів : ЛНУ імені Івана Франка, 2011. 338 с.
4. Довга Н.І., Цегелик Г.Г. Використання методу послідовних поступок для розв'язування задачі підвищення собівартості продукції. *Молодий вчений.* 2020. № 10(86). С. 25–29.

References:

1. Voloshyn O.F., Mashchenko S.O. (2010). *Modeli ta metody pryiniattia rishen* [Models and methods of decision-making]. Kyiv: Kyiv University. (in Ukrainian)
2. Tsehelyk H.H. (2015). *Modeli ta metody pidtrymky pryiniattia rishen v umovakh vyznachenosti* [Models and methods of decision-making support under the circumstances of certainty]. Lviv: Ivan Franko National University of Lviv. (in Ukrainian)
3. Tsehelyk H.H. (2011). *Matematychne prohramuvannia* [Mathematical programming]. Lviv: Ivan Franko National University of Lviv. (in Ukrainian)
4. Dovha N.I., Tsehelyk H.H. (2020). *Vykorystannia metodu poslidovnykh postupok dlia rozviazuvannia zadachi pidvyshchennia sobivartosti produktsii* [Using the method of successive concessions for solving the problem of increasing cost price]. *Young Scientist*, no. 10(86), pp. 25–29.